

УДК 532.685: 551.345: 532.71

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕГРАДАЦИИ МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ ПОРОД, СОДЕРЖАЩИХ СКОПЛЕНИЯ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ ГАЗОГИДРАТОВ И СВОБОДНОГО ГАЗА, ПОД ТЕПЛОВЫМ И СОЛЕВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ РАСТВОРОВ

© 2024 г. М. М. Рамазанов^{1,2,*}, Н. С. Булгакова^{1,**}, академик РАН Л. И. Лобковский^{3,***}

Поступило 03.07.2024 г.

После доработки 03.07.2024 г.

Принято к публикации 11.08.2024 г.

Сформулирована математическая модель деградации многолетнемерзлых пород, содержащих лед, скопления метастабильных самоконсервированных газогидратов и свободного газа, под тепловым и солевым воздействием растворов с учетом осмотического эффекта и деформации вмещающих пород. Численным методом в автомодельной постановке исследована эволюция данной системы. Выявлены закономерности и темпы развития, характерные для рассматриваемого процесса с учетом влияния осмоса. Полученные оценки хорошо согласуются с имеющимися в литературе экспериментальными и теоретическими данными по деградации углеводородсодержащих мерзлых пород.

Ключевые слова: многолетнемерзлые породы, газогидраты, плавление льда, деградация, растворы, осмос, математическая модель

DOI: 10.31857/S2686740024060106, EDN: HVCBAO

Одной из причин глобального потепления климата считаются выбросы большого количества парникового газа метана в атмосферу в Арктическом регионе. Вклад Арктики в парниковый эффект планеты является значительным, поскольку осадочный слой этого региона содержат более 30% мировых запасов углерода. Предполагается, что существенный вклад при этом вносит разложение реликтовых газогидратов. Особое внимание, которое уделяется реликтовым залежам нестабильных газогидратов, вызвано их восприимчивостью к изменению климата [1–4]. Интенсивность выбросов метана в рассматриваемом регионе контролируется темпами и механизмами деградации подводной вечной мерзлоты и наличием путей миграции газа [5]. По оценкам, на Восточно-Сибирском шельфе находится более 80% существующей подводной вечной мерзлоты и основ-

ная часть мелководных газогидратов [6]. Основными факторами, влияющими на деградацию вечной мерзлоты, являются тепловое воздействие, солевое воздействие и эрозионные процессы. Хотя изучению данной проблемы посвящено немало лабораторных и натуральных экспериментальных исследований [5, 7, 8], а также исследований, основанных на математическом моделировании, эти вопросы недостаточно изучены.

Имеется много работ, посвященных моделированию разложения газогидратов в различных условиях, но все они не соответствуют целям настоящего сообщения. Так, в [9] при исследовании вечной мерзлоты рассмотрены лишь кондуктивные механизмы соле- и теплопереноса. В [10] рассмотрены разные постановки задач, однако речь идет о разложении стабильных газогидратов. В [11] рассмотрено разложение метастабильных газогидратов, при этом влияние переноса тепла и соли не учитывается. Относительно близкая модель рассмотрена в [12], где учитывается и солеперенос, и теплоперенос, однако и здесь вместе с таянием льда рассматривается разложение стабильных газогидратов. В [13] на основе математического и физического моделирования рассмотрена кинетика разложения метастабильных самоконсервированных газогидратов. При этом процесс считается изотермическим и не учитываются

¹ *Институт проблем геотермии и возобновляемой энергетики – филиал Объединенного института высоких температур Российской академии наук, Махачкала, Россия*

² *Институт динамики геосфер им. академика М. А. Садовского Российской академии наук, Москва, Россия*

³ *Институт океанологии им. П. П. Ширшова Российской академии наук, Москва, Россия*

* E-mail: mukamay-ipg@mail.ru

** E-mail: ipgnatali@mail.ru

*** E-mail: llobkovsky@ocean.ru

соле- и теплоперенос. Кроме того, ни в одной из этих или других известных нам моделей при исследовании деградации мерзлых пород не учитывается влияние осмотического эффекта [14, 15].

Влияние осмоса учитывается в предыдущих наших работах [16, 17], но они посвящены обратному процессу, процессу промерзания пород, насыщенным раствором. Эти работы показали, что при промерзании существенная часть соли оседает (адсорбируется) в мерзлых породах, а другая часть вытесняется вниз фронтом промерзания. Это согласуется с современными представлениями, согласно которым в течение геологической истории толща горных пород в прибрежной зоне Сибирского арктического шельфа подвергалась периодическим процессам трансгрессии и регрессии моря, а также замерзания и оттаивания, в результате чего здесь сформировались засоленные мерзлые породы с большим количеством линз и прослоев сильноминерализованных вод с отрицательной температурой, называемых криопэгами [5, 18]. При оттаивании засоленных мерзлых пород соль растворяется в образовавшейся влаге, увеличивая концентрацию раствора и соответственно усиливая осмотическое влияние. Рассматриваемая здесь модель учитывает данный эффект.

Модель включает три слоя пористой среды, насыщенных, соответственно: раствором и свободным газом (верхний слой); льдом и раствором, находящимися в термодинамическом равновесии, а также свободным газом (средний слой); нижний слой является частью исходного мерзлого непроницаемого пласта, насыщенного льдом и самоконсервированными газогидратами. Модель допускает также присутствие в нижнем слое неподвижного свобод-

ного газа в микрополостях существенно надмолекулярных размеров и незначительного количества неподвижного раствора.

В целом предлагаемая модель призвана ответить на ряд ключевых вопросов:

1. Каковы темпы деградации мерзлых гидратонасыщенных пород и соответственно интенсивность разложения реликтовых газогидратов при тепловом и солевом воздействии растворов.
2. Какова структура переходной области между замороженной и талой областями, т.е. каковы соотношения доли объема пор занимаемых льдом, газом и раствором.
3. Каковы массовые расходы газа и воды, вызванные разложением метастабильного газогидрата и таянием льда.
4. Куда направлен поток воды в талой и переходной областях: вверх или вниз.
5. Какую роль в ответах на эти и другие вопросы играет осмос.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется горизонтальный замороженный не проницаемый грунтовый пласт (область III на рис. 1), насыщенный льдом, метастабильным (законсервированным) газогидратом и свободным газом. Возможно также присутствие незначительного количества неподвижной воды, содержащей ионы солей. Пласт на верхней границе контактирует с пористой областью, насыщенной раствором соли (область I на рис. 1). В некоторый момент времени над верхней границей пласта температура раствора повышается выше температуры плавления льда при данном локальном давлении и данной концентрации раствора. Тогда сверху вниз будут распространяться два фрон-

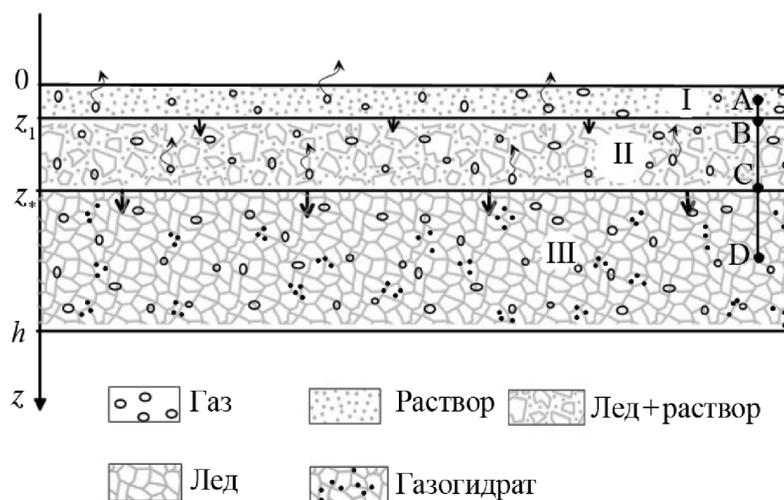


Рис. 1. Схема задачи: I — талая область пласта, насыщенная раствором соли и свободным газом; II — частично замороженная область пласта, насыщенная льдом и раствором соли, находящимся в термодинамическом равновесии, а также свободным газом; III — непроницаемая замороженная область породы, состоящая из льда, метастабильного газогидрата и свободного газа; $z = z_1(t)$ — подвижная граница области I; $z = z_*(t)$ — фронт частичного таяния льда, разложения метастабильного газогидрата и высвобождения свободного газа.

та таяния льда (рис. 1). Первый фронт — это граница между верхней талой областью пласта и областью, где имеются раствор и лед, находящиеся в термодинамическом равновесии, а также свободный газ. Второй фронт — это граница между указанным равновесным частично замерзшим слоем и исходной замороженной непроницаемой областью пласта, насыщенного льдом, метастабильным (законсервированным) газогидратом и неподвижным свободным газом в микрополостях существенно надмолекулярных размеров. Предполагается, что газогидрат на этой границе разлагается полностью, в то время как лед частично плавится на границе и может продолжать плавиться внутри области II.

Предполагается, что перед фронтом частичного плавления льда в матрице пласта содержится соль с концентрацией a_0 , которая могла адсорбироваться ранее при промерзании пород насыщенных раствором. Эта соль частично переходит в воду по мере таяния льда на межфазной границе, а затем и внутри области, содержащей раствор и лед.

Требуется сформулировать математическую модель рассматриваемого процесса деградации мерзлого пласта и разложения газогидрата с разгрузкой газа на верхней границе и исследовать закономерности и темпы эволюции такой системы с учетом осмотической силы и деформации вмещающих пород.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Приведем системы уравнений в каждом слое и граничные условия на межфазных границах (рис. 2). Направим ось z вниз и выберем систему координат, как это показано на рис. 1.

Область I. В рассматриваемой области породы насыщены только жидким раствором и свободным газом. Систему уравнений в этой талой области

можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 v_w &= -\frac{k f_w(s_w)}{\eta_w} \left(\rho_w \frac{\partial \mu_1}{\partial c} c' + p' - \rho_w g \right), \\
 v_g &= -\frac{k f_g(s_g)}{\eta_g} (p' - \rho_g g), \\
 \frac{\partial}{\partial t} (m s_w \rho_w) + (\rho_w v_w)' &= 0, \quad \rho_w = \rho_w(p, T, c), \\
 \frac{\partial}{\partial t} (m s_g \rho_g) + (\rho_g v_g)' &= 0, \quad \rho_g = \rho_g(p, T, c), \\
 (m s_w + \Gamma) \frac{\partial c}{\partial t} + v_w c' &= (s_w D c')', \\
 \Gamma(K, c) &= \frac{\partial a(K, c)}{\partial c}, \quad \lim_{Kc \rightarrow \infty} a(K, c) = a_\infty, \\
 C_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_w C_w v_w + \rho_g C_g v_g) T' &= (\lambda_m T')', \\
 C_m &= m (s_w \rho_w C_w + s_g \rho_g C_p) + (1 - m) C_s, \\
 \lambda_m &= m (s_w \lambda_w + s_g \lambda_g) + (1 - m) \lambda_s.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Штрих означает производную по z . Здесь и далее используются следующие обозначения: m — пористость пласта; k — проницаемость пласта; s_w, s_i, s_h, s_g — насыщенность пласта раствором, льдом, газогидратом и газом соответственно; $f_w(s_w), f_g(s_g)$ — фазовые проницаемости раствора и газа; $\rho_w, \rho_i, \rho_h, \rho_g$ — плотности раствора, льда, газогидрата и газа соответственно; v_w, v_g — поля скоростей фильтрации раствора и газа; C_m — эффективная теплоемкость единицы объема насыщенной пористой среды; C_w, C_i, C_p, C_s — удельные теплоемкости раствора, льда, газа и матрицы пород; T — температура; p — давление; c — концентрация соли в растворе; c_0 — характерная концентрация; λ_m — эффективная теплопроводность насыщенной пористой среды; $\lambda_w, \lambda_i, \lambda_g, \lambda_s$ — теплопроводности раствора, льда, газа и пород; μ_1 — химический потенциал растворителя в растворе; η_w, η_g — вязкости раствора и газа; D — коэффициент диффузии соли в растворе; q — удельная теп-

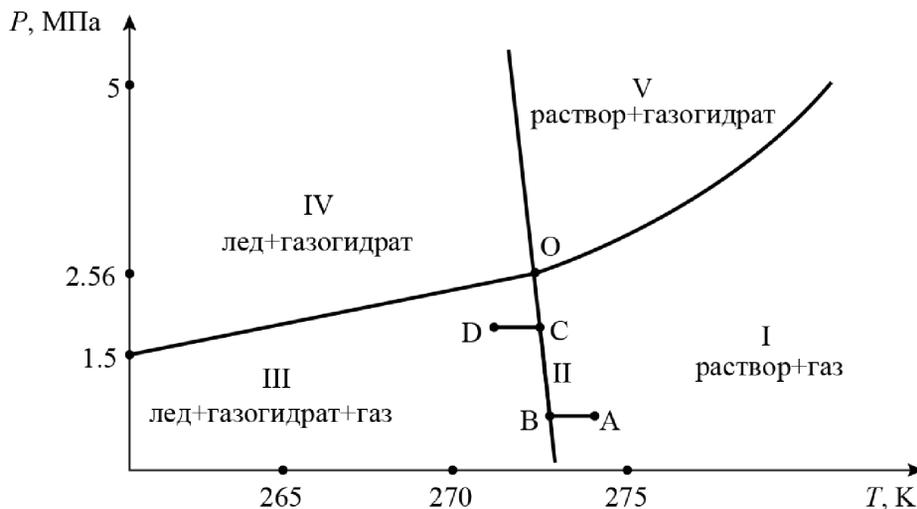


Рис. 2. Термодинамическая схема для системы лед + газогидрат. Точка O — квадрупольная точка. В области III газогидрат находится в метастабильном состоянии, а в областях IV и V — в стабильном. Точки A, B, C, D качественно соответствуют соответствующим точкам на рис. 1. Область II на рис. 1 соответствует отрезку BC на рис. 2.

лота плавления льда; a — концентрация соли в твердой фазе пористой среды; K — константа адсорбционного равновесия; β_w, β_g — коэффициенты теплового расширения раствора и газа.

В (1) учтена установившаяся адсорбция соли. Например, в случае изотермы Ленгмюра уравнение адсорбции имеет вид

$$a(K, c) = a_\infty \frac{Kc}{1 + Kc}, \quad (2)$$

где a_∞ — значение предельной адсорбции; c — равновесная концентрация адсорбента в растворе.

В (1) первое и второе уравнения — это обобщенный закон Дарси, третье и четвертое — уравнения баланса массы раствора и газа, пятое и шестое уравнения — уравнения баланса соли и энергии. Отметим, что в первом уравнении (1) член, пропорциональный градиенту концентрации, есть осмотическая сила [14].

Область II. Система в этой области находится в состоянии фазового равновесия раствор-лед, потому согласно уравнению состояния температура является функцией давления и концентрации соли. Обычно считается, что температура зависит от концентрации линейно. Другими словами, уравнение состояния можно записать в виде

$$T = T_w(p) - \psi_0 c. \quad (3)$$

Здесь $T_w(p)$ — зависимость температуры замерзания от давления для чистой воды без примеси; ψ_0 — постоянная, характеризующая степень понижения температуры замерзания воды из-за наличия растворенной соли.

Зависимость (3) можно записать и иначе:

$$p = P_w(T + \psi_0 c). \quad (4)$$

Здесь $p = P_w(T)$ — известная функция: уравнение состояния для чистой жидкости, т. е. обратная функция по отношению к $T_w(p)$. Далее будем пользоваться формой (4) для уравнения состояния фазового равновесия.

Система уравнений в рассматриваемой области пласта запишется в виде

$$\begin{aligned} v_w &= -\frac{k f_w(s_w)}{\eta_w} \left[\rho_w \frac{\partial \mu_1}{\partial c} c' + \frac{dP}{dT} (T' + \psi_0 c') - \rho_w g \right], \\ v_g &= -\frac{k f_g(s_g)}{\eta_g} \left[\frac{dP}{dT} (T' + \psi_0 c') - \rho_g g \right], \\ \frac{\partial}{\partial t} [m(s_w \rho_w + (1 - s_w - s_g) \rho_i)] + (\rho_w v_w)' &= 0, \\ \rho_w &= \rho_w(T, c), \\ \frac{\partial}{\partial t} (m s_g \rho_g) + (\rho_g v_g)' &= 0, \quad \rho_s = \rho_g(T, c), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (m s_w + \Gamma) \frac{\partial c}{\partial t} + v_w c' &= (m s_w D c')' - \\ &- c_0 \frac{m \rho_i}{\rho_w} \left(\frac{\partial s_w}{\partial t} + \frac{\partial s_g}{\partial t} \right), \\ \Gamma(K, c) &= \frac{\partial a(K, c)}{\partial c}, \quad \lim_{Kc \rightarrow \infty} a(K, c) = a_\infty, \\ \bar{C}_m \frac{\partial T}{\partial t} + q m \rho_i \left(\frac{\partial s_w}{\partial t} + \frac{\partial s_g}{\partial t} \right) &+ \\ + (\rho_w \bar{C}_w v_w + \rho_g \bar{C}_g v_g) T' &= (\lambda_m T')', \\ \bar{C}_m &= C_m - m (s_w \beta_w + s_g \beta_g) T \frac{dP}{dT}, \\ \rho_w \bar{C}_w &= \rho_w C_w - \beta_w T \frac{dP}{dT}, \\ \rho_g \bar{C}_g &= \rho_g C_g - \beta_g T \frac{dP}{dT}, \end{aligned}$$

$$C_m = m [s_w \rho_w C_w + s_g \rho_g C_p + (1 - s_w - s_g) \rho_i C_i] + (1 - m) C_s,$$

$$\lambda_m = m [s_w \lambda_w + s_g \lambda_g + (1 - s_w - s_g) \lambda_i] + (1 - m) \lambda_s.$$

Здесь обозначения те же, что и в системе (1).

В дальнейшем в системе (5) будем полагать теплофизические коэффициенты постоянными величинами, отнесенными к характерным значениям параметров. Также будем полагать коэффициенты $\partial \mu_1 / \partial c$, $\partial P_w / \partial T$ постоянными величинами, при этом сами величины давления, температуры и концентрации связаны нелинейной зависимостью фазового равновесия (4). Кроме того, для простоты будем считать фазовые проницаемости раствора и газа в законе Дарси линейными, что при численном решении не принципиально, т. е. положим

$$f_w(s_w) = s_w, \quad f_g(s_g) = s_g, \quad s_w + s_g + s_i = 1.$$

В дальнейшем будем полагать, что выполнено неравенство

$$\frac{\rho_w g}{\gamma d P / dT} \ll 1, \quad \gamma = \frac{T^0 - T_0}{h}, \quad (6)$$

где h — толщина пласта; T_0 — температура на нижней границе области III, T^0 — температура на верхней границе $z = 0$. Неравенство (6) означает, что градиент температуры на линии насыщения, вызванный гидростатическим перепадом давления, который, по оценкам, составляет примерно 1 градус на 100 м, мал по сравнению с рассматриваемым градиентом температуры.

Говоря иначе, (6) означает, что рассматриваемое приближение справедливо, когда характерные градиенты давления, возникающие в равновесной области из-за изменения температуры, много больше гидростатического градиента $\rho_w g \sim 10^4$ Па. Поэтому, согласно условию (6), в дальнейшем в законе Дарси в (1) и (5) будем пренебрегать силой тяжести. Это условие для характерных проницаемостей и других параметров обычно выполняется и позволяет записать задачу в автомодельном виде. Эффекты же, связанные с гравитацией, при необходимости могут

быть учтены дополнительно как поправки к полученному решению.

Область III. В этой мерзлой области среда неподвижна, поэтому здесь имеем только уравнение теплопроводности

$$C_{mi} = \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{mi} T'' , \quad (7)$$

$$C_{mi} = m (\rho_i s_{i0} C_i + \rho_h s_{h0} C_h + \rho_{gn} s_{gn} C_g) + (1 - m) C_s, \\ \lambda_{mi} = m (\rho_i s_{i0} \lambda_i + \rho_h s_{h0} \lambda_h + \rho_{gn} s_{gn} \lambda_g) + (1 - m) \lambda_s,$$

где C_{mi} , λ_{mi} — эффективные теплоемкость и теплопроводность замороженной пористой среды, насыщенной льдом, законсервированным газогидратом и неподвижным газом; s_{i0} , s_{h0} , s_{gn} — доли порового пространства, занимаемого льдом, газогидратом и свободным газом в исходном мерзлом пласте.

Следует отметить, что в общем случае в данной замороженной грунтовой области в незначительном количестве может присутствовать также незамерзшая вода, содержащая ионы солей, однако ее малым влиянием на коэффициент теплопроводности будем пренебрегать.

Граничные условия. Считая для простоты нижний слой бесконечным, граничные условия, т. е. внешние условия и условия сопряжения (полей и потоков воды, соли и энергии) можно записать в виде

$$z = 0 : \quad T = T^0, \quad p = p^0, \quad c = c^0; \\ z = z_1 : \quad \rho_w (v_w - m s_w \dot{z}_1)_- = \rho_w (v_w - m s_w \dot{z}_1)_+ - \\ - \rho_i m (1 - s_w - s_g) \dot{z}_1, \\ \rho_g (v_g - m s_g \dot{z}_1)_- = \rho_g (v_g - m s_g \dot{z}_1)_+, \\ T_- = T_+ = T_1, \\ -\lambda_- T'_- = \rho_i q m (1 - s_w - s_g) \dot{z}_1 - \lambda_+ T'_+, \\ c_- = c_+ = c_1, \\ (v_w - m \dot{z}_1)_- c_1 - m s_w Dc'_- = (v_w - m s_w \dot{z}_1)_+ c_1 - \\ - m s_w Dc'_+, \\ p_- = p_+ = p_1 = P_*(T_1); \quad (8)$$

$$z = z_* : \quad \rho_w (v_w - m s_w \dot{z}_*)_- - \rho_i m (1 - s_w - s_g) \dot{z}_* = \\ = -(\rho_i s_{i0} + \gamma \rho_h s_{h0} + \rho_w s_{sn}) m \dot{z}_*, \\ \rho_g (v_g - m s_g \dot{z}_*)_- = -[(1 - \gamma) \rho_h s_{h0} + \\ + \rho_{gn} s_{gn}] m \dot{z}_*, \\ T_- = T_+ = T_*, \\ -\lambda_- T'_- + q m [\rho_i (1 - s_w - s_g) - \\ - (\rho_i s_{i0} + \gamma \rho_h s_{h0} + \rho_w s_{sn})] \dot{z}_* = -\lambda_+ T'_+, \quad (9) \\ c_- = c_*, \quad c_+ = 0, \\ (v_w - m s_w \dot{z}_*)_- c_* - m s_w Dc'_- = \\ = -(a_0 - a_-) \dot{z}_*, \\ a_- = \Gamma c_-, \\ s_{i0} + s_{h0} + s_{gn} + s_w = 1; \\ z \rightarrow \infty : \quad T \rightarrow T_0.$$

Отметим, что в (8)—(9) водонасыщенность на границах фазового перехода может терпеть разрыв; $\rho_{gn} s_{gn}$ и $\rho_w s_{wn}$ означают некоторое количество неподвижного свободного газа и незначительное количество неподвижного раствора в мерзлых породах. В дальнейшем эти величины для краткости положим равными нулю, однако при необходимости они легко могут быть учтены в конечных формулах и при расчетах.

Здесь и далее определим индексы следующим образом: индекс “+” характеризует указанную величину при приближении к той или иной границе снизу, индекс “-” — при приближении сверху, индекс “*” указывает на значение на границе $z = z_*$, верхний индекс “0” — на границе $z = 0$, нижний индекс “0” — на границе $z \rightarrow \infty$ или означает постоянное характерное значение величины в области.

Величины T^0 , c^0 , p^0 , T_0 , a_0 , s_{w0} , s_{i0} , s_{h0} задаются. В результате решения задачи необходимо найти подвижные границы фазовых переходов z_1 , z_* , температуру, концентрацию соли, давление, водонасыщенность и газонасыщенность в незамерзшем слое I; температуру, концентрацию соли, водонасыщенность, газонасыщенность и льдонасыщенность в равновесном слое II и на его границах; температуру в замороженном слое III.

Равенства (1), (4), (5), (7)—(9) представляют собой замкнутую математическую модель деградации мерзлых пород, содержащих лед, самоконсервированные газогидраты, а также неподвижные скопления газа и, возможно, воды (в незначительном количестве) под влиянием теплого раствора соли с учетом осмоса и деформации пород.

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Записывая задачу (1), (4), (5), (7)—(9) с учетом (6) в автомодельном виде, используя координату $\xi = z/\sqrt{t}$, получим систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений в каждом из слоев и соответствующие граничные условия. В мерзлой области III задача решается аналитически, а в областях I и II — численно. При этом решения с помощью граничных условий сшиваются на внутренних межфазных границах и подчиняются внешним граничным условиям. Численные решения находятся разностным методом с постоянным шагом, используя процедуру итераций.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Основная цель данной работы заключалась в представлении предлагаемой математической модели, в рамках которой предполагалось провести численные исследования, позволяющие ответить на ряд ключевых вопросов, относящихся к рассматриваемому процессу деградации вечной мерзлоты, содержащей самоконсервированные скопления га-

зогидратов, под тепловым и солевым воздействием. Приведем кратко некоторые из полученных результатов.

При расчетах предполагалось: температура на верхней границе талой области равна +1 градус Цельсия, а температура мерзлых пород в начальном невозмущенном состоянии равна -4 градуса; мерзлые породы засолены и при таянии льда соль переходит в раствор. На нижнем (переднем) фронте плавления задавалась концентрация соли, равная 10 г/л. На верхней границе талой области задавалась меньшая концентрация соли, равная 1 г/л. В дальнейшем предполагается рассмотреть и другие возможные варианты граничных условий, как концентрации соли, так и температуры.

Как известно, осмотические свойства проявляются при наличии полупроницаемой мембраны, разделяющей растворы солей разной концентрации [14]. В природных условиях мембранные, следовательно, осмотические свойства проявляют слабопроницаемые глинистые и илистые породы [19]. Согласно литературным данным, проницаемости глин составляют $10^{-16} \div 10^{-18} \text{ м}^2$ и менее [20]. В этой связи при расчетах в данной работе взята проницаемость 10^{-17} м^2 .

Расчеты проводились при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} R &= 8.3 \text{ Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль}), \rho_w = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3, \\ \rho_i &= 0.92 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3, \rho_h = 0.9 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3, s_{h0} = 0.8, \\ s_{i0} &= 0.2, \gamma_h = 0.87, T^0 = 274 \text{ К}, T_0 = 269 \text{ К}, c^0 = 1 \text{ г}/\text{л}, \\ c_0 &= 10 \text{ г}/\text{л}, k = 10^{-17} \text{ м}^2, \eta_w = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}, \\ \eta_g &= 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}, D = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}, C_s = 1.38 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), \\ C_h &= 2.08 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), C_i = 2.09 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), \\ C_g &= 2.23 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), C_w = 4.18 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), \\ \lambda_s &= 5.5 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}), \lambda_h = 0.5 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}), \\ \lambda_i &= 2.18 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}), \lambda_g = 0.03 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}), \\ \lambda_w &= 0.58 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}). \end{aligned}$$

Рассмотрим рис. 3а, который относится к случаю отсутствия осмотического эффекта. Горизонтальными пунктирами показаны фронты плавления, нижний (передний) фронт, где происходит частичное плавление льда и разложение газогидрата, и верхний (задний) фронт, на котором полностью плавится оставшийся лед. На верхнем рисунке показаны распределения насыщенности пор различными фазами в талой и в частично мерзлой переходной области. Видно, что на переднем фронте воды почти нет, и поры содержат лед и газ в результате разложения газогидрата. Далее видно, что в сторону верхнего фронта насыщенность льдом уменьшается, соответственно, насыщенность водой растет, а также растет и доля пор, занятая газом. Таким образом, при таянии льда освободившаяся часть пор частично занимает вода, а частично газом. На верхней границе оставшийся лед резко тает полностью, и как водонасыщенность, так и газонасыщенность скачком увеличиваются при переходе в талую область. Эти скачки могут быть связаны не только с разницей удельных объемов воды и льда, но и с резким изменением скоростей фильтрации газа и воды, со скоростью движения фазовых границ и т. д., так, чтобы выполнялись нелинейные граничные условия для массовых потоков воды и газа. Таким образом, мы видим, что газ может занимать существенную долю объема пор, сопоставимую с объемом пор, занятым водой.

Рассмотрим нижний рис. 3а, где показаны распределения массовых потоков газа и воды с глубиной. Видно, что эти потоки при отсутствии осмоса отрицательные, т. е. направлены вверх и разгружаются через верхнюю границу талой области. Далее, на рис. 3б и 3в показаны случаи, когда коэффициенты осмоса не равны нулю. Из рисунков видно, что осмос приводит к уменьшению доли пор, занимаемой

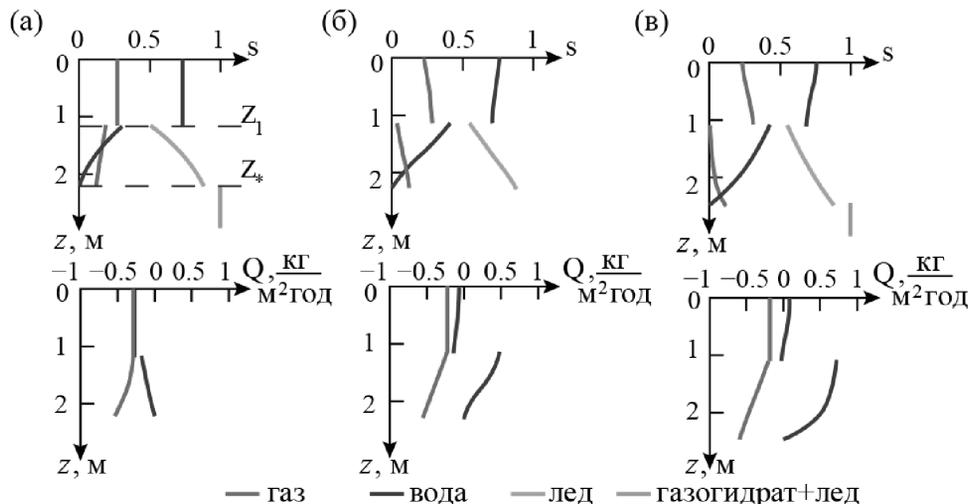


Рис. 3. Распределения насыщенности пор различными фазами в талой и в частично мерзлой переходной области — верхний ряд; массовые потоки газа и воды в указанных областях — нижний ряд, при различных значениях коэффициента осмоса: $\gamma = 0; 0.07; 0.14$ (а, б, в).

газом, и к некоторому уменьшению массового потока газа. Относительно воды, напротив, происходит некоторый рост водонасыщенности. При этом для умеренных значений коэффициента осмоса поток воды в талой области уменьшается, но сохраняет направленность в сторону верхней границы талой области. Однако в переходной области поток становится положительным, т. е. движется в обратную сторону — в сторону движения переднего фронта. При дальнейшем росте коэффициента осмоса в обеих областях поток воды положительный, т. е. движется в ту же сторону, что и фазовые границы. Это связано с тем, что градиент концентрации положительный, поэтому осмотическая сила втягивает влагу вниз, в сторону передней фазовой границы.

Из рис. 4 следует, что осмос приводит к значительному росту давления и его градиента в переходной области. Увеличение давления вызвано втягиванием влаги в переходную область осмосом. С ростом исходной концентрации соли в мерзлых породах величины давления могут увеличиться еще в несколько раз и даже приводить к разрушению пласта.

Температура с ростом коэффициента осмоса меняется слабо, а концентрация соли и его градиент в переходной области уменьшаются, что связано с увеличением скорости деградации мерзлоты.

Наконец, рис. 5а—в показывает зависимость различных величин от коэффициента осмоса. Из рис. 5а следует, что осмос существенно ускоряет деградацию мерзлоты, несмотря на некоторое противодействие потока газа. Из рис. 5б можно увидеть расход газа и воды на границе разгрузки, т. е. верхней границе талой области. При этом отрицательные величины соответствуют разгрузке, а положительные — втеканию. Рис. 5в иллюстрирует, как растет давление вблизи передней фазовой границы при росте коэффициента осмоса. На рис. 5г показана глубина проникновения переднего фронта частичного плавления и заднего фронта полной деградации мерзлоты во времени в течение 100 тыс. лет при непрерывном процессе.

Из рис. 5б видно, что массовый расход газа через границу разгрузки, в зависимости от значения коэффициента осмоса, через год после начала про-

цесса составляют (200—300) г/(м²год), в рассматриваемых условиях, когда начальная гидратонасыщенность $s_{h0} = 0.8$. Для сравнения, согласно [12], оценки максимального потока газа в настоящее время для условий Восточно-Сибирских арктических морей составляет 204.7 г/(м²год), а для условий североамериканского моря Бофорта 188.5 г/(м²год). С учетом имеющихся естественных неопределенностей параметров задачи согласие можно считать хорошим.

В [5] экспериментальными методами получено, что в прибрежной зоне Восточно-Сибирского арктического шельфа имеет место деградация вечной мерзлоты сверху со средней скоростью 14 см/год в течение последних 30—32 лет. Оценим эту величину по полученному решению. Расстояние (м), пройденное фронтом полной деградации (задний фронт на рис. 3а) за время t (год), и средняя скорость (м/год) за это время, соответственно, равны

$$h = z_1 \sqrt{t}, \quad v = \frac{z_1}{\sqrt{t}}.$$

Учитывая, что, согласно рис. 3а, $z_1 \approx 1$ м для $t = 30$ лет, имеем $v = 0.18$ м/год = 18 см/год.

Таким образом, предложенная нелинейная модель показывает хорошее согласие с экспериментальными данными одновременно как по темпам деградации мерзлоты, так и по потоку газа через границу разгрузки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена математическая модель деградации вечной мерзлоты, содержащей метастабильные законсервированные газогидраты под влиянием тепла и соли с учетом осмоса. Образуются два фронта фазового перехода, передний фронт, где разлагаются газогидраты и почти не плавится лед, и задний фронт, где происходит резкое полное плавление оставшегося льда. В литературе можно увидеть сомнения по поводу того, что поток газа может пройти через слой воды в порах. Как показали расчеты, доля пор, занимаемая газом, может быть сопоставима с водонасыщенностью, что связано с большим давлением в газе, возникающим при разложении газогидрата. Поток газа через верхнюю границу раз-

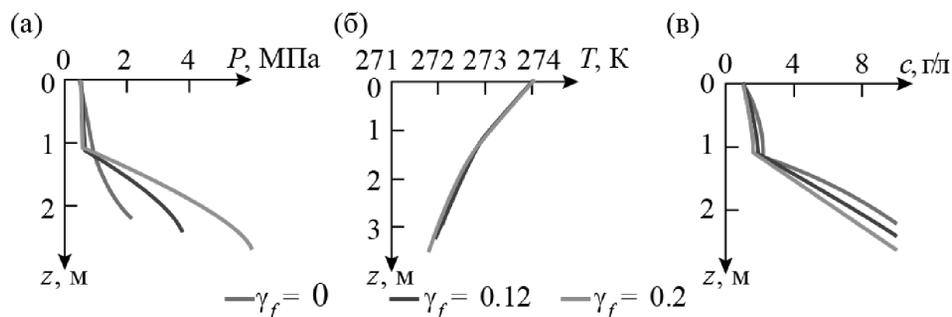


Рис. 4. Распределения давления (а), температуры (б) и концентрации соли (в) с глубиной для различных значений коэффициента осмоса: $\gamma_f = 0; 0.12; 0.2$.

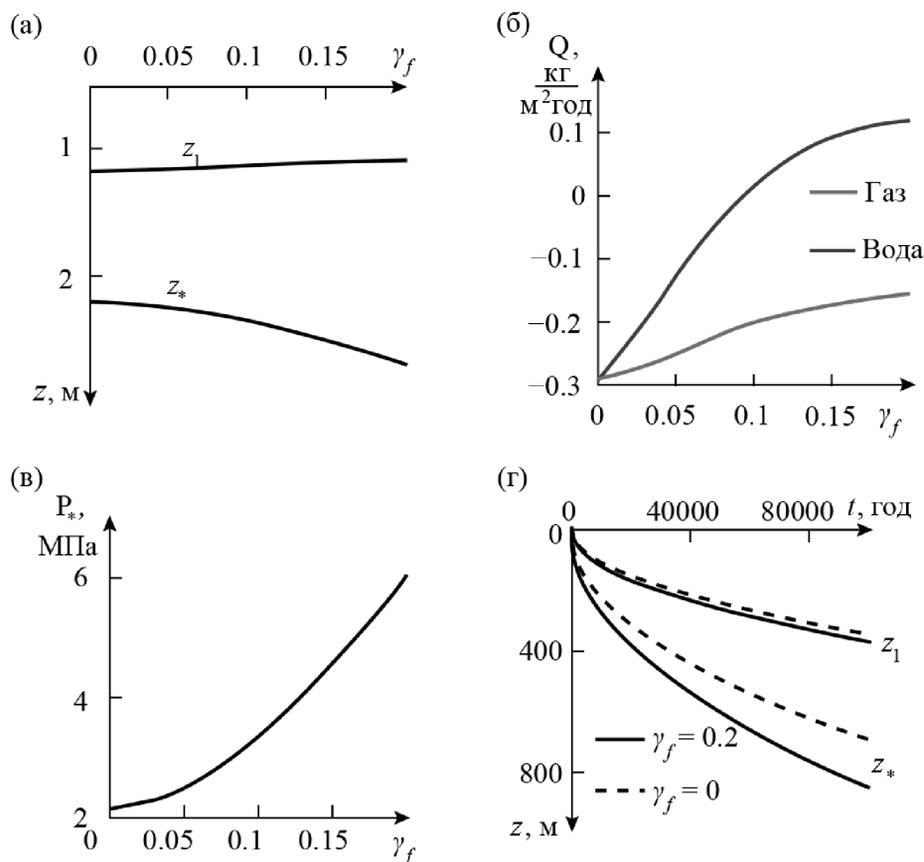


Рис. 5. Зависимость нижнего и верхнего фронтов деградации мерзлоты (а), массового расхода через 300 лет (б) и давления на нижней фазовой границе (в) от безразмерного коэффициента осмоса через один год после начала процесса; зависимость нижнего и верхнего фронтов деградации мерзлоты от времени с учетом и без учета осмоса (г).

грузки зависит от начальной гидратонасыщенности мерзлого пласта и со временем убывает. Величина потока газа через верхнюю границу разгрузки пласта составляет порядка $300 \text{ г}/(\text{м}^2 \cdot \text{год})$ через 300 лет после начала процесса, если начальная гидратонасыщенность s_{h0} составляет 80% (через 30 лет, если s_{h0} равна 4%). В течение 100 тыс. лет передний фронт проходит примерно 800 м, а задний (фронт полного плавления) вдвое меньше. Переходная область — область между двумя фронтами — расширяется со временем, и содержание льда в этой области со временем продолжает уменьшаться. В рассматриваемых условиях как тепло, так и соль играют существенную роль в разрушении мерзлоты. Осмос также в рассмотренных условиях приводит к увеличению скорости деградации мерзлоты. Если соль влияет на плавление льда за счет понижения температуры плавления, то осмос ускоряет плавление льда за счет дополнительного увеличения давления в переходной области. Полученные на основе модели оценки хорошо согласуются с экспериментальными данными.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 22-67-

00025); государственного задания Института проблем геотермии и возобновляемой энергетики — филиала ОИВТ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сергиенко В.И., Лобковский Л.И., Семилетов И.П., Дударев О.В., Дмитриевский Н.Н., Шахова Н.Е., Романовский Н.Н., Космач Д.А., Никольский Д.Н., Никифоров С.Л., Саломатин А.С., Ананьев Р.А., Росляков А.Г., Салюк А.Н., Карнаух В.В., Черных Д.Б., Тумской В.Е., Юсупов В.И., Куриленко А.В., Чувилин Е.М. Буханов Б.А. Деградация подводной мерзлоты и разрушение гидратов шельфа морей Восточной Арктики как возможная причина “метановой катастрофы”: некоторые результаты комплексных исследований 2011 года // ДАН. 2012. Т. 446. № 3. С. 330. <https://doi.org/10.1134/S1028334X12080144>
2. Якушев В.С. Природный газ и газовые гидраты в криолитозоне. М.: ВНИИГАЗ, 2009. 192 с.
3. Романовский Н.Н., Елисеева А.А., Гаврилов А.В., Типенко Г.С., Хуббертен Х.В. Многолетняя динамика толщ мерзлых пород и зоны стабильности гидратов газов в рифтовых структурах арктического шельфа Восточной Сибири (сообщение)

- ние 2) // Криосфера Земли. 2006. Т. 10. № 1. С. 29–38.
4. *Shakhova N., Semiletov I., Salyuk A., Kosmach D., Leifer I., Rekant P.* Geochemical and geophysical evidence of methane release over the east Siberian Arctic shelf // *J. Geophysical Research: Oceans*. 2010. V. 115. N 8. P. C08007. <https://doi.org/10.1029/2009JC005602>
 5. *Shakhova N., Semiletov I., Gustafsson O., Sergienko V., Lobkovsky L., Dudarev O., Tumskey V., Grigoriev M., Mazurov A., Salyuk A., Ananiev R., Koshurnikov A., Kosmach D., Charkin A., Dmitrevsky N., Karnaukh V., Gunar A., Meluzov A., Chernykh D.* Current rates and mechanisms of subsea permafrost degradation in the East Siberian Arctic Shelf // *Nature Communications*. 2017. V. 8. P. 15872. <https://doi.org/10.1038/ncomms15872>
 6. *Криотермия и натуральные газгидраты в Северном Ледовитом океане / Под ред. В.А. Соловьева и др.* Л.: Севморгео, 1987. 150 с.
 7. *Chuvilin E., Ekimova V., Bukhanov B. et al.* Role of salt migration in destabilization of intrapermafrost hydrates in the Arctic shelf: experimental modeling // *Geosciences*. 2019. № 9. P. 188:1–188:18. <https://doi.org/10.3390/geosciences9040188>
 8. *Чувилин Е.М., Екимова В.В., Давлетшина Д.А., Буханов Б.А., Кривохат Е.О.* Солеперенос в мерзлых породах, содержащих гидрат метана, при их взаимодействии с солевыми растворами // *Криосфера Земли*. 2023. Т. 27. № 6. С. 40–50. <https://doi.org/10.15372/KZ20230604>
 9. *Harrison W.D., Osterkamp T.E.* A Coupled Heat and Salt Transport Model for Subsea Permafrost // Report No. UAG R-247. 1976 (Geophysical Institute, University of Alaska).
 10. *Цыпкин Г.Г.* Течения с фазовыми переходами в пористых средах. М.: Физматлит, 2009. 232 с.
 11. *Lobkovsky L.I., Ramazanov M.M., Semiletov I.P., Alekseev D.A.* Mathematical model of the decomposition of unstable gas hydrate accumulations in the cryolithozone // *Geosciences (Switzerland)*. 2022. V. 12. № 9. P. 345. <https://doi.org/10.3390/geosciences12090345>
 12. *Frederick J.M., Buffett B.A.* Taliks in relict submarine permafrost and methane hydrate deposits: Pathways for gas escape under present and future conditions // *J. Geophys. Res. Earth Surf.* 2014. V. 119. Iss. 2. P. 106–122. <https://doi.org/10.1002/2013JF002987>
 13. *Рамазанов М.М., Булгакова Н.С., Лобковский Л.И., Чувилин Е.М., Давлетшина Д.А., Шахова Н.Е.* Математическое и экспериментальное моделирование кинетики диссоциации гидрата метана в мерзлых породах при снижении внешнего давления // *Доклады РАН. Науки о Земле*. 2024. Т. 516. № 2. С. 622–631. <https://doi.org/10.31857/S2686739724060152>
 14. *Рамазанов М.М., Каракин А.В., Лобковский Л.И.* Математическая модель движения растворов с учетом осмотического эффекта // *ДАН*. 2019. Т. 489. № 1. С. 75–79. <https://doi.org/10.31857/S0869-5652489175-79>
 15. *Рамазанов М.М.* Математическая модель фильтрации растворов в пористой среде с полупроницаемыми включениями. Осмотическая конвекция // *Инженерно-физический журнал*. 2023. Т. 96. № 3. С. 823–833. <https://doi.org/10.1007/s10891-023-02744-7>
 16. *Ramazanov M., Bulgakova N., Lobkovsky L.* Mathematical model of freezing of rocks saturated with salt solution taking into account the influence of osmosis // *Russian Journal of Earth Sciences*. 2023. V. 23. № 5. P. ES5007. <https://doi.org/10.2205/2023ES000857>
 17. *Рамазанов М.М., Булгакова Н.С., Лобковский Л.И.* Математический критерий образования криопэггов в процессе промерзания пород, насыщенных раствором соли // *ДАН. Физика, технические науки*. 2024. Т. 515. № 1. С. 59–66.
 18. *Стрелецкая И.Д., Лейбман М.О.* Криогеохимическая взаимосвязь пластовых льдов, криопэггов и вмещающих их отложений центрального Ямала // *Криосфера Земли*. 2002. Т. 6. № 3. С. 15–24.
 19. *Neuzil C.E.* Osmotic generation of “anomalous” fluid pressures in geological environments // *Nature*. 2000. V. 40. P. 182–184. <https://doi.org/10.1038/35003174>
 20. *Гольдберг В.М., Скворцов Н.П.* Проницаемость и фильтрация в глинах. М.: Недра, 1986. 160 с.

MATHEMATICAL MODEL OF DEGRADATION OF PERMAFROST ROCKS CONTAINING ACCUMULATIONS OF METASTABLE GAS HYDRATES AND FREE GAS UNDER THE THERMAL AND SALINE EFFECTS OF SOLUTIONS

M. M. Ramazanova^b, N. S. Bulgakova^a, Academician of RAS L. I. Lobkovsky^c

^aInstitute for Geothermal Research and Renewable Energy ”— Branch of Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences, Makhachkala, Russia

^bSadovsky Institute of Geosphere Dynamics, Moscow, Russia

^cShirshov Institute of Oceanology of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

A mathematical model has been formulated for the degradation of permafrost rocks containing ice, accumulations of metastable self-preserved gas hydrates and free gas, under the thermal and salt action of solutions, taking into account the osmotic effect and deformation of the host rocks. The evolution of this system is investigated numerically in a self-similar formulation. The patterns and rates of development characteristic of the process under consideration, taking into account the influence of osmosis, are revealed. The estimates obtained are in good agreement with the experimental and theoretical data available in the literature on the degradation of hydrocarbon-containing frozen rocks.

Keywords: permafrost rocks, gas hydrates, ice melting, degradation, solutions, osmosis, mathematical model