ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. ФИЗИКА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ, 2024, том 519, с. 47–53

МЕХАНИКА

УДК 539.37: 624.04

ПОСЛОЙНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ОСЛАБЛЕННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ В ПЛАНЕ ВЫРЕЗАМИ

© 2024 г. В. Н. Бакулин[1,*]

Представлено академиком РАН А. М. Липановым 04.06.2024 г.

Поступило 07.06.2024 г.
После доработки 07.06.2024 г.
Принято к публикации 07.08.2024 г.

Предложена эффективная модель для послойного анализа напряженно-деформированного состояния в общем случае нерегулярных трехслойных цилиндрических оболочек, что позволило впервые исследовать ослабленные прямоугольными вырезами трехслойные конструкции в достаточно точной постановке. Применение построенной блочной модели, состоящей из двумерных моментных несущих слоев и трехмерного слоя заполнителя, значительно расширяет класс решаемых актуальных научных и прикладных задач по прочностному расчету перспективных трехслойных элементов конструкций. В качестве примера впервые исследовано влияние толщины несущего слоя, к которому приложена нагрузка, на напряженно-деформированное состояние в слоях трехслойных цилиндрических отсеков, ослабленных прямоугольными в плане вырезами.

Ключевые слова: трехслойные цилиндрические нерегулярные оболочки, прямоугольные в плане вырезы, двумерная модель моментных несущих слоев, трехмерная оболочечная модель слоя заполнителя, послойный анализ, напряженно-деформированное состояние

DOI: 10.31857/S2686740024060086, **EDN:** HVVJHN

О применении оболочек, в том числе трехслойной структуры, в ракетной, космической, авиационной и др. современной технике отмечалось в работах [1–4] и др. На эффективность такого применения указывалось в [5–8].

Часто конструкции имеют различного рода вырезы конструктивного, технологического или другого назначения, которые приводят к ослаблению несущей способности изделий и появлению концентрации напряжений.

В монографии [9] отмечено, что точные решения задач о концентрации напряжений получены для кругового отверстия, либо для жесткого включения в сферической оболочке, т.е. задач, для которых переменные разделяются, и также сказано, что для отверстий другой формы получить точные решения в рамках теории трансверсально-изотропных оболочек не представляется возможным.

Для проведения расчетов элементов конструкций, ослабленных прямоугольными в плане вырезами, приходится разрабатывать модели на основе численных методов и в первую очередь метода конечных элементов (МКЭ) [10].

Следует отметить, что имеющиеся подходы, методы и модели (в том числе конечно-элементные модели (КЭМ)) часто не позволяют с необходимой точностью и эффективностью для многих важных для науки и практики задач исследовать НДС в общем случае нерегулярных трехслойных цилиндрических оболочек при наличии прямоугольных в плане вырезов, с учетом неоднородности структуры, моментного состояния несущих слоев, трехмерного напряженного состояния в слое заполнителя, при различных условиях закрепления и нагружения слоев [10, 11]. Такое состояние в области разработки моделей прочностного анализа трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными вырезами, сдерживает их эффективное применение.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разработать модели с учетом отмеченных особенностей и решить указанные задачи можно с помощью предлагаемого подхода послойного анализа с блочной конечно-элементной реализацией (в от-

[1] *Институт прикладной механики Российской академии наук, Москва, Россия*
[*] *E-mail: vbak@yandex.ru*

личие от [12], где блочные элементы применяются для аналитического решения граничных задач).

Блочная модель послойного анализа трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными в плане вырезами, строится из двумерных конечных элементов (КЭ) тонких моментных несущих слоев (при этом используется классическая теория оболочек ([13] и др.) и трехмерного КЭ-слоя заполнителя.

Следует отметить, что при послойном анализе в зависимости от физико-механических характеристик и геометрических параметров конструкций и условий задач можно для расчета слоев использовать разнообразные разработанные модели [14].

При разработке и применении предлагаемого подхода послойного анализа с блочной конечно-элементной реализацией необходимо решить проблему снижения размерности рассматриваемых моделей, так как значительно растет число вычислительных операций, а следовательно, увеличиваются вычислительные погрешности, требуемые ресурсы, в том числе временные.

Большая размерность блочных конечно-элементных моделей (БКЭМ) послойного анализа связана с числом слоев исследуемой конструкции, количеством конечных элементов при моделировании слоев, числом узловых параметров КЭ. На размерность задач влияет необходимость исследования зон повышенных напряжений, что заставляет увеличивать число КЭ возле отверстий. Большая размерность блочных конечно-элементных моделей послойного анализа значительно усложняет разработку и применение таких моделей.

Решить проблему снижения размерности рассматриваемых моделей предлагается применением эффективных аппроксимаций для конечных элементов, используемых для моделирования слоев исследуемых конструкций.

Эффективными будем называть аппроксимации и построенные на их основе модели, приводящие к повышению скорости сходимости численных решений. То есть необходимая точность решения будут получена при значительно меньших порядках участвующих в процессе решения матрицах.

В настоящей работе представлен подход к получению аппроксимаций, на основе которых предложена эффективная оболочечная модель для послойного анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) в общем случае нерегулярных трехслойных цилиндрических оболочек, что позволило впервые исследовать влияние толщины несущего слоя, к которому приложена нагрузка, на НДС в слоях перспективных элементов конструкций, ослабленных прямоугольными в плане вырезами.

МОДЕЛЬ ДЛЯ ПОСЛОЙНОГО АНАЛИЗА

Будем рассматривать трехслойные оболочки с тонкими и жесткими моментными несущими слоями и толстым промежуточным слоем заполнителя. Как отмечалось, БКЭМ послойного анализа строится из двумерных КЭ несущих слоев и трехмерного КЭ-слоя заполнителя.

Конечные элементы несущих слоев и слоя заполнителя образованы сечением оболочки двумя плоскостями, перпендикулярными оси вращения, и двумя плоскостями, проходящими через ось оболочки. Узлы расположены в угловых точках КЭ.

Узловыми параметрами КЭ несущих слоев будут три перемещения точек срединной поверхности u, v, w и углы поворота нормали к срединной поверхности относительно осевой (x) и окружной (φ) осей координат.

Для повышения скорости сходимости конечно-элементных решений в аппроксимирующие функции перемещений КЭ несущих слоев введены перемещения как твердого тела, определяемые интегрированием геометрических соотношений, связывающих обобщенные деформации с перемещениями [13 и др.], при нулевых значениях деформаций. Запись этих полученных функций перемещений КЭ несущих слоев осуществляется с помощью шести неопределенных коэффициентов, являющихся константами интегрирования $\alpha_1, \ldots, \alpha_6$.

Аппроксимирующие функции перемещений КЭ несущих слоев состоят из перемещений как твердого тела и перемещений, вызванных деформированием конечного элемента.

Аппроксимация функций обобщенных деформаций, удовлетворяющих уравнениям неразрывности (совместности) деформаций [13], а затем переход к аппроксимациям функций перемещений КЭ значительно повышает скорость сходимости конечно-элементных решений, а следовательно, позволяет уменьшить число КЭ и размерность КЭМ.

Число неопределенных коэффициентов для записи аппроксимирующих функций КЭ несущих слоев равно числу степеней свободы конечных элементов, т.е. 20.

С помощью оставшихся после записи функций перемещений как твердого тела 14 неопределенных коэффициентов записываются аппроксимирующие функции обобщенных деформаций (ε_1, ε_2, γ, $æ_1$, $æ_2$, χ) КЭ несущих слоев.

Матрица аппроксимирующих функций обобщенных деформаций КЭ несущих слоев будет иметь вид (см. таблицу ниже), где R – радиус срединной поверхности несущего слоя.

При этом аппроксимирующие функции обобщенных деформаций КЭ несущих слоев удовлетворяют уравнениям неразрывности деформаций [13].

	…					1	φ												
								1	x		$-\frac{x^2}{2R}$	$-\frac{x^3}{6R}$	$-\frac{x^2\varphi}{2R}$	$-\frac{x^3\varphi}{6R}$					
										1									
											1	x	φ	$x\varphi$					
															1	x	φ	$x\varphi$	
							$-\frac{x}{R^2}$						$\frac{x}{R}$	$\frac{x^2}{2R}$		$R\varphi$		$R\frac{\varphi^2}{2}$	1

Функции, аппроксимирующие перемещения, вызванные деформированием КЭ несущих слоев, получаются интегрированием геометрических соотношений [13] при найденных аппроксимациях функций обобщенных деформаций.

Эффективность полученных аппроксимаций и построенной на их основе модели КЭ несущих слоев подтверждена сопоставлением с аналитическими и численными решениями на известных и широко распространенных для КЭ тестовых примерах.

Полученные эффективные аппроксимирующие функции перемещений КЭ несущих слоев применены для построения трехмерного конечного элемента слоя заполнителя трехслойных нерегулярных цилиндрических оболочек. Для этого аппроксимирующие функции перемещений КЭ несущих слоев приведены к соответствующим поверхностям стыковки с КЭ-слоя заполнителя аналогично тому, как это описано в работах [15].

Обе цилиндрические поверхности стыковки трехмерного КЭ-слоя заполнителя с КЭ несущих слоев выбраны в качестве узловых. Таким образом, трехмерный КЭ-слой заполнителя будет иметь восемь узлов.

После проведения необходимых математических операций, принимая линейный закон изменения перемещений по толщине трехмерного оболочечного КЭ, получим аппроксимирующие функции перемещений для этого КЭ-слоя заполнителя:

$$u = \left(\alpha_2\frac{R_1+h_1^c}{2}\cos\varphi + \alpha_4\frac{R_1+h_1^c}{2}\sin\varphi + \alpha_5 + \alpha_7 x + \right.$$
$$+\alpha_8 x\varphi - \frac{\alpha_{10}R_1h_1^c}{2} + \alpha_{11}R_1\varphi + \frac{\alpha_{12}h_1^c x}{2} + \frac{\alpha_{13}h_1^c x^2}{4} +$$
$$+\frac{\alpha_{14}h_1^c x\varphi}{2} + \frac{\alpha_{15}h_1^c x^2\varphi}{4} + \frac{\alpha_{17}R_1^2\left(h_1^c - R_1\varphi^2\right)}{2} +$$
$$+\alpha_{19}R_1^2\varphi\left(\frac{h_1^c}{2} + R_1\frac{1-\varphi^2}{6}\right) - \alpha_{20}R_1^2\varphi\Big)\phi^1 +$$
$$+\left(\alpha_{22}\left(R_3 - \frac{h_3^c}{2}\right)\cos\varphi + \alpha_{24}\left(R_3 - \frac{h_3^c}{2}\right)\sin\varphi + \right.$$
$$+\alpha_{25} + \alpha_{27}x + \alpha_{28}x\varphi + \frac{\alpha_{30}R_3h_3^c}{2} + \alpha_{31}R_3\varphi - \frac{\alpha_{32}h_3^c x}{2} -$$
$$-\frac{\alpha_{33}h_3^c x^2}{4} - \frac{\alpha_{34}h_c^c x\varphi}{2} - \frac{\alpha_{35}h_3^c x^2\varphi}{4} - \alpha_{37}R_3^2\frac{h_3^c + R_3\varphi^2}{2} -$$
$$\left.\left. - \alpha_{39}R_3^2\varphi\left(\frac{h_3^c}{2} - R_3\left(1 - \frac{\varphi^2}{6}\right)\right) - \alpha_{40}R_3^2\varphi\right)\phi^2,$$

$$v = \left((\alpha_1 + \alpha_2 x)\sin\varphi - (\alpha_3 + \alpha_4 x)\cos\varphi + \right.$$
$$+\alpha_6\left(1 + \frac{h_1^c}{2R_1}\right) - \alpha_8\left(1 + \frac{h_1^c}{2R_1}\right)\frac{x^2}{2R_1} +$$
$$+\frac{\alpha_{14}h_1^c x^2}{4R_1} + \frac{\alpha_{15}h_1^c x^3}{12R_1} + \alpha_{16}R_1\left(R_1 + \frac{h_1^c}{2}\right)\varphi +$$
$$+\alpha_{17}R_1\left(R_1 + \frac{h_1^c}{2}\right)x\varphi + \alpha_{18}R_1\frac{\left(R_1 + \frac{h_1^c}{2}\right)\varphi^2 + h_1^c}{2} +$$
$$+\alpha_{19}R_1\left(\left(R_1 + \frac{h_1^c}{2}\right)\frac{\varphi^2}{2} - R_1\right)x + \alpha_{20}\left(R_1 + \frac{h_1^c}{2}\right)x\Big)\phi^1 +$$
$$+\left((\alpha_{21} + \alpha_{22}x)\sin\varphi - (\alpha_{23} + \alpha_{24}x)\cos\varphi + \right.$$
$$+\alpha_{26}\left(1 + \frac{h_3^c}{2R3}\right) + \alpha_{28}\left(\frac{h_3^c}{2R} - 1\right)\frac{x^2}{2R_3} - \frac{\alpha_{34}h_3^c x^2}{4R_3} -$$
$$-\frac{\alpha_{35}h_3^c x^3}{12R_3} + \alpha_{36}R_3\left(R_3 - \frac{h_3^c}{2}\right)\varphi + \alpha_{37}R_3\left(R_3 - \frac{h_1^c}{2}\right)x\varphi +$$
$$+\alpha_{38}\frac{\left(R_3 - \frac{h_3^c}{2}\right)\varphi^2 - h_3^c}{2} + \alpha_{39}R_3\left(\left(R_3 - \frac{h_3^c}{2}\right)\frac{\varphi^2}{2} - R_3\right)x +$$
$$\left.\left. +\alpha_{40}\left(R_3 - \frac{h_3^c}{2}\right)x\right)\phi^2;$$

$$w = \Big(- (\alpha_1 + \alpha_2 x)\cos\varphi - (\alpha_3 + \alpha_4 x)\sin\varphi + \alpha_9 R_1 +$$
$$+\alpha_{10}R_1 x - \frac{\alpha_{12}x^2}{2} - \frac{\alpha_{13}x^3}{6} - \frac{\alpha_{14}x^2\varphi}{2} - \frac{\alpha_{15}x^3\varphi}{6} -$$
$$-\alpha_{16}R_1^2 - \alpha_{17}R_1^2 x - \alpha_{18}R_1^2\varphi - \alpha_{19}R_1^2 x\varphi\Big)\phi^1 +$$

$$+\Big(- (\alpha_{21} + \alpha_{22}x)\cos\varphi - (\alpha_{23} + \alpha_{24}x)\sin\varphi + \alpha_{29}R_3 +$$
$$+\alpha_{30}R_3 x - \frac{\alpha_{32}x^2}{2} - \frac{\alpha_{33}x^3}{6} - \frac{\alpha_{34}x^2\varphi}{2} - \frac{\alpha_{35}x^3\varphi}{6} -$$
$$-\alpha_{36}R_3^2 - \alpha_{37}R_3^2 x - \alpha_{38}R_3^2\varphi - \alpha_{39}R_3^2 x\varphi\Big)\phi^2.$$

Здесь h_1^c, h_3^c, R_1, R_3 — соответственно толщина несущих слоев и радиусы их срединных поверхностей (1 — для внутреннего и 3 — для внешнего несущих слоев); $\phi^1 = \frac{1}{2}\left(1 - 2\frac{z}{h}\right)$, $\phi^2 = 1 - \phi^1$; z, h — радиальная координата и толщина трехмерного КЭ-заполнителя, верхний индекс: 1 — для внутренней, 2 — для внешней цилиндрических поверхностей КЭ-слоя заполнителя.

Применение аппроксимирующих функций перемещений КЭ несущих слоев при построении трех-

мерного КЭ-слоя заполнителя позволило избежать разрыва обобщенных перемещений на поверхностях контакта конечных элементов слоев трехслойной оболочки.

Используя геометрические соотношения, связывающие обобщенные деформации с перемещениями для трехмерного тела [1], и физические соотношения, связывающие деформации с напряжениями, и применив процедуру и алгоритмы, подобные [15], проводится построение матрицы жесткости КЭ-слоя заполнителя для анализа НДС трехслойных нерегулярных цилиндрических оболочек.

Решение задачи проводится с помощью процедур метода перемещений МКЭ.

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ НЕСУЩЕГО СЛОЯ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В СЛОЯХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК, ОСЛАБЛЕННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ ВЫРЕЗАМИ

Параметры напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек можно регулировать изменением толщины слоев. Поэтому актуальной научной проблемой, имеющей важное прикладное значение, является исследование влияния толщины несущего слоя, к которому приложена нагрузка, на НДС в слоях трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными в плане вырезами.

В качестве примера впервые приводится исследование НДС в слоях трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными в плане вырезами. Рассматриваются оболочки со стеклопластиковыми несущими слоями, имеющими разную толщину, со следующими физико-механическими характеристиками (ФМХ): $E_1 = 2.1 \cdot 10^5$ кг/см^2, $E_2 = 1.9 \cdot 10^5$ кг/см^2, $G_{12} = 0.35 \cdot 10^5$ кг/см^2, $\mu_1 = 0.1$, и с заполнителем из пенопласта с ФМХ: $E_{11} = E_{22} = E_{33} = 240$ кг/см^2, $G_{13} = G_{23} = G_{12} = 100$ кг/см^2. Оболочка с жестко заделанными торцами несущих слоев (для них разрешено осевое перемещение) имеет три одинаковых симметрично расположенных выреза, которые находятся на равном расстоянии от торцов оболочки.

Оболочка нагружена внутренним давлением $p = 0.1$ кг/см^2 и имеет следующие геометрические параметры:

$$\frac{L}{R_0} = 2,\ \frac{H}{R_0} = 0.0667,\ \bar{l}_B = \frac{l_B}{R_0} = 0.267;\ \bar{b}_B = \frac{b_B}{R_0} = 0.1335,$$

где L, R_0 и H — длина, внутренний радиус и толщина оболочки соответственно; $\bar{l}_B$ и $\bar{b}_B$ — относительные размеры выреза.

При исследовании изменялась толщина внутреннего несущего слоя $\bar{h}_1 = \dfrac{h_1}{H} = 0.05 \div 0.15$ при толщине слоя заполнителя $\bar{h}_f = \dfrac{h_f}{H} = 0.85$ и толщине внешнего несущего слоя $\bar{h}_3 = \dfrac{h_3}{H} = 0.05$.

Вследствие симметрии в осевом и окружном направлениях рассматривалась 1/12 симметричная часть трехслойной цилиндрической оболочки. Применялась неравномерная сетка разбиения на блоки, состоящие из КЭ несущих слоев и слоя заполнителя (16 блоков в осевом направлении и 18 в окружном), со сгущением линий разбиения в окрестности выреза. Приняв линейные размеры сторон рассматриваемой симметричной части трехслойной цилиндрической оболочки за 1, сетка разбиения будет следующей, считая от середины выреза: в осевом направлении 8 блоков с относительными размерами по 0.03125, затем 4 блока по 0.065 и 4 блока по 0.125 и в окружном направлении 10 блоков по 0.015625, 2 блока по 0.065, 6 блоков по 0.125.

Результаты исследований приведены на рис. 1. При этом введены следующие обозначения:

$$\overline{w}^1 = \frac{w_1}{w_0},\quad \overline{\sigma}^{it} = \frac{\sigma^{it}_{mn}}{\sigma^{1N}_{22}},\quad \overline{\sigma}^{f} = \frac{\sigma^{f}_{mn}}{\sigma^{f}_{33}},$$

где w_0, σ^{1N}_{22}, σ^{f}_{33} — соответственно прогиб при $\bar{h}_1 = 0.05$, $\bar{h}_3 = 0.05$, $\bar{h}_f = 0.85$ вдали от выреза, а также окружные мембранные напряжения во внутреннем несущем слое и поперечные нормальные напряжения в слое заполнителя при $\bar{h}_1 = 0.1$; $\bar{h}_3 = 0.05$; $\bar{h}_f = 0.85$ вдали от выреза ($i = 1, 3$; $m = 1, 2$; $n = 1, 2$; t соответствует: N — мембранным, M — моментным, $\sum$ — суммарным напряжениям в несущих слоях; Δ, $-$, $\cup$ означают место, соответственно, в районе угла, середины прямолинейного и криволинейного краев выреза).

Максимальные прогибы в трехслойной цилиндрической оболочке с прямоугольными в плане вырезами отмечаются на середине прямолинейного края выреза внутреннего несущего слоя $\overline{w}^1$. Эти прогибы $\overline{w}^1$ в 2.68 раза больше прогибов вдали от вырезов при $\bar{h}_1 = 0.05$. При увеличении толщины внутреннего несущего слоя $\bar{h}_1$ в 2 и 3 раза максимальные прогибы уменьшаются соответственно в 1.5 и 1.845 раза. С увеличением толщины внутреннего несущего слоя $\bar{h}_1$ разница между прогибами внутреннего и внешнего несущих слоев уменьшается.

Наибольшими напряжениями в несущих слоях являются мембранные окружные напряжения внутреннего несущего слоя $\overline{\sigma}^{1N}_{22}$. Эти напряжения достигают максимального значения в районе угловой точки выреза ($\overline{\sigma}^{1N}_{22\Delta} = 3.34$ при $\bar{h}_1 = 0.05$). С увеличением $\bar{h}_1$ наибольшие значения напряжений $\overline{\sigma}^{1N}_{22\Delta}$ уменьшаются для $\bar{h}_1 = 0.1$ в 1.5 раза и для $\bar{h}_1 = 0.15$ — в 2 раза (рис. 1).

С увеличением толщины внутреннего несущего слоя $\bar{h}_1$ разница между наибольшими значениями

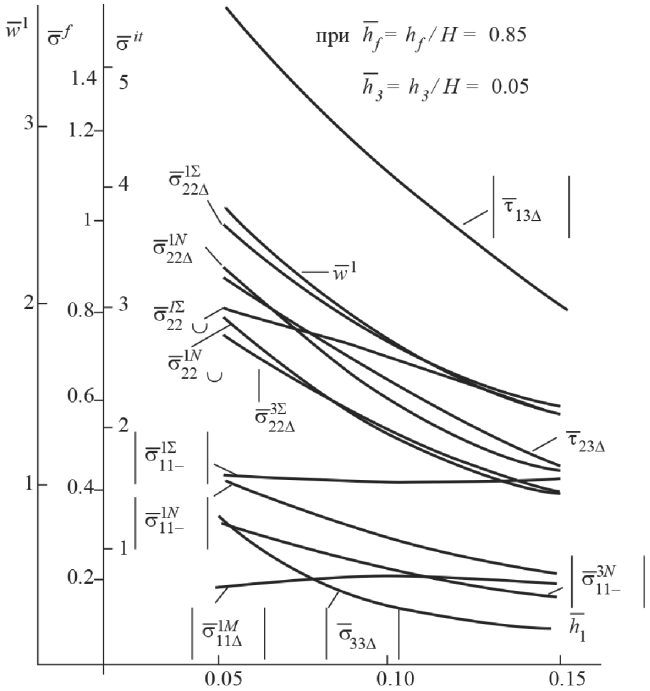

Рис. 1. Влияние толщины внутреннего несущего слоя, к которому приложена нагрузка, на наибольшие значения параметров НДС в слоях трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными в плане вырезами.

напряжений $\overline{\sigma}^{1N}_{22\Delta}$ внутреннего и внешнего несущих слоев уменьшается почти пропорционально изменению $\overline{h}_1$.

Концентрация мембранных и суммарных напряжений наблюдается по всему криволинейному краю выреза. При этом моментные напряжения значительно меньше мембранных напряжений.

Осевые мембранные напряжения внутреннего несущего слоя $\overline{\sigma}^{1N}_{11}$ достигают максимального значения на середине прямолинейного края выреза при $\overline{h}_1 = 0.05$. При увеличении толщины внутреннего несущего слоя $\overline{h}_1$ максимальные значения этих напряжений $\overline{\sigma}^{1N}_{11-}$ (рис. 1) уменьшаются почти в 1.7 раза и снижается разница между этими напряжениями во внутреннем и внешнем несущих слоях.

Моментные напряжения достигают наибольших значений в районе угловой точки выреза $\overline{\sigma}^{1M}_{11\Delta}$. По величине они значительно (почти в 5 раз) меньше мембранных напряжений в районе угловой точки выреза $\overline{\sigma}^{1N}_{22\Delta}$ (рис. 1).

Наибольшие суммарные напряжения наблюдаются в районе угловой точки выреза на поверхности сопряжения внутреннего несущего слоя и слоя заполнителя $\overline{\sigma}^{1\Sigma}_{22\Delta}$. Влияние толщины внутреннего несущего слоя на наибольшие значения этих напряжений в районе угловой точки выреза $\overline{\sigma}^{1\Sigma}_{22\Delta}$, на середине криволинейного края выреза $\overline{\sigma}^{1\Sigma}_{22U}$, осевых суммарных напряжений на середине прямолинейного края выреза $\overline{\sigma}^{1\Sigma}_{11-}$, а также суммарных напряжений на поверхности сопряжения внешнего несущего слоя и слоя заполнителя в районе угловой точки выреза $\overline{\sigma}^{3\Sigma}_{22\Delta}$ приведено на рис. 1.

Наибольшие суммарные осевые напряжения на поверхности сопряжения внутреннего несущего слоя и слоя заполнителя $\overline{\sigma}^{1\Sigma}_{11-}$ более чем в 2.5 раза меньше наибольших суммарных окружных напряжений на поверхности сопряжения внутреннего несущего слоя и слоя заполнителя, наблюдаемых в районе угловой точки выреза.

Наибольшими по величине напряжениями в слоях заполнителя являются поперечные сдвиговые напряжения τ_{13} в районе угловой точки выреза $\overline{\tau}_{13\Delta}$. На рис. 1 приведено влияние толщины внутреннего несущего слоя на наибольшие значения этих напряжений (верхний график на рис. 1), а также напряжений τ_{23}, наблюдаемых в районе угловой точки выреза $\overline{\tau}_{23\Delta}$, и поперечных нормальных напряжений в слое заполнителя $\overline{\sigma}_{33\Delta}$ (нижний график на рис. 1), наблюдаемых на расстоянии ширины выреза от угловой точки выреза.

Увеличение толщины внутреннего несущего слоя $\overline{h}_1$ приводит к уменьшению почти всех (за исключением моментных осевых напряжений во внутреннем несущем слое в районе угловой точки выреза $\overline{\sigma}^{1M}_{11\Delta}$ и суммарных осевых напряжений на поверхности сопряжения внутреннего несущего слоя и слоя заполнителя на середине прямолинейного края выреза $\overline{\sigma}^{1\Sigma}_{11-}$) приведенных на рис. 1 параметров НДС в слоях трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными в плане вырезами.

Приведенные результаты могут быть использованы при проектировании перспективных трехслойных отсеков современной техники.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развит подход к получению эффективных аппроксимирующих функций перемещений несущих слоев при первоначальной аппроксимации деформаций. На основе полученных аппроксимаций разработана оболочечная модель для послойного анализа НДС в общем случае нерегулярных трехслойных цилиндрических оболочек, что позволило впервые исследовать ослабленные прямоугольными вырезами трехслойные конструкции. Применение построенной блочной модели, состоящей из двумерных КЭ моментных несущих слоев и трехмерного КЭ-слоя заполнителя, значительно расширяет класс решаемых актуальных научных и прикладных задач по прочностному расчету перспективных трехслойных элементов конструкций ракетной, авиационной, космической и другой современной техники. Впервые проведены важные научные и прикладные исследования влияния толщины внутреннего несущего слоя, к которому приложена нагрузка,

на наибольшие значения параметров НДС в слоях трехслойных цилиндрических отсеков, ослабленных прямоугольными в плане вырезами.

БЛАГОДАРНОСТИ

Посвящается 105-летию со дня рождения советского и российского ученого в области механики и ракетно-космической техники академика АН СССР и РАН Константина Сергеевича Колесникова (27.12.1919–3.5.2016), с которым автор работал до последних дней академика.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования проведены в рамках государственного задания Института прикладной механики РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васильев В.В.* Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
2. *Bakulin V.N.* Layer-by-Layer Study of the Stress and Strain State of Sandwich Conical Aircraft Compartments with Rectangular Cutouts // Russian Aeronautics. 2022. V. 65. № 4. P. 668–676.
3. *Соломонов Ю.С., Липанов А.М., Алиев А.В. и др.* Твердотопливные регулируемые двигательные установки / Под ред. А.М. Липанова, Ю.С. Соломонова. М.: Машиностроение, 2011. 416 с.
4. *Bakulin V.N.* Layer-by-layer stress-strain analysis of irregular sandwich shells of revolution with nonzero gaussian curvature // Mechanics of Solids. 2021. V. 56. № 7. P. 283–294.
5. *Сливинский В.И., Ткаченко Г.В., Сливинский М.В.* Эффективность применения сотовых конструкций в летательных аппаратах // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. 2005. Вып. 3. С. 169–173.
6. *Смердов А.А., Шон Ф.Т.* Анализ эффективности оптимальных композитных оболочек многостеночной и трехслойной схем для отсеков ракетносителей и разгонных блоков // Конструкции из композиционных материалов. 2016. № 3(143). С. 58–65.
7. *Bakulin V.N.* Influence of Dimensions of Rectangular Cutouts and Modulus of Elasticity of Reinforcing Embedded Elements on the Stress-Strain State of Sandwich Compartments // Russian Aeronautics. 2023. V. 66. № 2. P. 204–215.
8. *Тестоедов Н.А., Наговицин В.Н., Пермяков М.Ю.* Применение трехслойных сотовых конструкций в космических аппаратах // Вестник СибГАУ. 2016. Т. 17. № 1. С. 200–211.
9. *Пелех Б.Л., Сяський А.А.* Распределение напряжений возле отверстий в податливых на сдвиг анизотропных оболочках. К.: Наукова думка, 1975. 198 с.
10. *Bakulin V.N.* Layer-by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Shells with Cutouts // Mechanics of Solids. 2019. V. 54. № 3. P. 448–460.
11. *Bakulin V.N.* Model for Layer -by-Layer Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Irregular Shells of Revolution of Double Curvature // Mechanics of Solids. 2020. V. 55. № 2. P. 248–257.
12. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Блочные элементы и аналитические решения граничных задач для систем дифференциальных уравнений // ДАН. 2014. Т. 454. № 2. С. 163–167.
13. *Балабух Л.И., Колесников К.С., Зарубин В.С. и др.* Основы строительной механики ракет. М.: Высш. шк., 1969. 494 с.
14. *Bakulin V.N.* Block Based Finite Element Model for Layer Analysis of Stress Strain State of Three-Layered Shells with Irregular Structure // Mechanics of Solids. 2018. V. 53. № 4. P. 411–417.
15. *Bakulin V.N.* A Model for Refined Calculation of the Stress-Strain State of Sandwich Conical Irregular Shells // Mechanics of Solids. 2019. V. 54. № 5. P. 786–796.

LAYER-BY-LAYER ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELLS WEAKENED BY RECTANGULAR CUTOUTS

V. N. Bakulin[a]

[a] *Institute of Applied Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS A. M. Lipanov

An effective model for layer-by-layer analysis of the stress-strain state in the general case of irregular three-layer cylindrical shells is proposed, which made it possible for the first time to study three-layer structures weakened by rectangular cutouts in a sufficiently accurate formulation. The use of the constructed block model, consisting of two-dimensional moment bearing layers and a three-dimensional filler layer, significantly expands the class of solvable current scientific and applied problems in the strength calculation of promising three-layer structural elements. As an example, the influence of the thickness of the supporting layer to which the load is applied on the stress-strain state in the layers of three-layer cylindrical sections weakened by rectangular cutouts in plan was investigated for the first time.

Keywords: three-layer cylindrical irregular shells, rectangular in plan cutouts, two-dimensional model of moment bearing layers, three-dimensional shell model of filler layer, layer-by-layer analysis, stress-strain state