

УДК 534.222

РЕЗОНАНСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ БЕГУЩИХ ВОЛН
В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ© 2024 г. Академик РАН О. В. Руденко^{1,2,3,*}

Поступило 20.06.2024 г.

После доработки 25.06.2024 г.

Принято к публикации 28.06.2024 г.

Описаны процессы генерации вынужденной волны полем источников, бегущих со скоростью, близкой к скорости распространения собственных возмущений в среде. Проведена аналогия с обычным резонансом в сосредоточенной колебательной системе. Обсуждены причины, ограничивающие рост амплитуды — диссипация, расстройка скоростей и нелинейность. Построены профили вынужденных волн при гармоническом возбуждении. Рассчитаны нелинейные резонансные характеристики. Приведены выражения для добротности.

Ключевые слова: волновой резонанс, ударный фронт, профиль волны, стационарная волна, резонансная характеристика

DOI: 10.31857/S2686740024050023, EDN: HXXNOV

Расчет свободно бегущих волн конечной амплитуды требует решения однородных нелинейных уравнений с граничными условиями на излучающей поверхности. Однако часто источники следует считать объемными. Такая постановка используется в задачах лазерного возбуждения звука, распространения волн в активных средах, при генерации волн внешними полями [1–5]. Базовые модели при этом имеют вид неоднородных уравнений. Например, в акустике это модифицированные нелинейные уравнения типа Бюргерса или Хопфа (для римановых волн [3, 4]). Особенно интересно резонансное возбуждение, при котором источники перемещаются в пространстве со скоростью, близкой к скорости собственных волн [6].

Обычный резонанс в колебательной системе с одной степенью свободы удастся наблюдать,

когда частота “вынуждающей силы” приближается к собственной частоте системы. Уравнение и его нужное частное решение имеют вид [1]

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \omega_0^2 X = A \cos \omega t, \quad (1)$$

$$X = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} [\cos \omega t - \cos \omega_0 t].$$

Решение (1) при $\omega \rightarrow \omega_0$ содержит неопределенность. Раскрывая ее, получим

$$X = t \frac{A}{2\omega_0} \sin \omega_0 t. \quad (2)$$

Амплитуда вынужденных колебаний (2) при резонансе линейно нарастает со временем. Рост может быть ограничен затуханием, а в случае слабой диссипации — нелинейными эффектами, которые становятся существенными при больших амплитудах.

Вблизи резонанса важна добротность, одно из определений которой — отношение амплитуд возвращающей и внешней силы. В модели осциллятора (1) с добавлением диссипативного члена $2\delta dX/dt$ добротность равна $Q = \omega_0/2\delta$.

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

²Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия

³Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru

Такой механизм затухания характерен для тел, колеблющихся в вязкой жидкости или газе. При этом потери пропорциональны скорости тела, а уравнение движения остается линейным. При больших значениях Q амплитуда вынужденных колебаний гораздо больше амплитуды внешней силы, а частотная характеристика имеет узкий и высокий пик.

О ВОЛНОВОМ РЕЗОНАНСЕ

Волновой резонанс похож на колебательный. Однако он возникает не при $\omega \rightarrow \omega_0$, а при совпадении скорости c перемещения в пространстве “внешних источников” со скоростью c_0 собственной волновой моды. В простейшем случае сплошной среды эта мода – акустическая, а c_0 – скорость звука. Аналогом (1) для распределенной системы будет неоднородное волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x - ct). \quad (3)$$

Функция f описывает распределение источников. Они движутся вдоль оси x со скоростью c , которая может отличаться от скорости c_0 собственной волны в среде. Нужно частное решение уравнения (3) (по смыслу аналогичное (1)) имеет вид

$$p' = \frac{f(x - ct) - f(x - c_0 t)}{c^2 - c_0^2}. \quad (4)$$

Решение (4) содержит неопределенность при ($c \rightarrow c_0$). Раскрывая ее, найдем

$$p' = -\frac{t}{2c_0} \frac{\partial}{\partial x} f(x - c_0 t). \quad (5)$$

Видим, что при волновом резонансе ($c \rightarrow c_0$) “вынужденная волна” линейно нарастает со временем. Такой рост наблюдается при любой форме “внешних источников”, не обязательно гармонической.

Обратим внимание, что резонансной может быть только одна из двух собственных волн $p(x \pm c_0 t)$, которая бежит в ту же сторону, что и “внешние источники”. Поэтому удобно ввести “бегущую” координату – переменную $\zeta = x - c_0 t$, малую расстройку скоростей $\Delta = c - c_0$, $|\Delta| \ll c_0$ и записать формулы (4), (5) так:

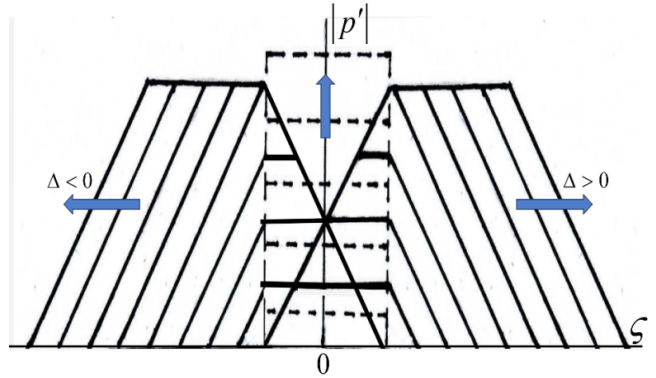


Рис. 1. Возбуждение волн (6) бегущими источниками для различных расстроек скоростей. Направления движения фронтов показаны стрелками.

$$p' = \frac{1}{2c_0 \Delta} [f(\zeta - \Delta t) - f(\zeta)], \quad p' = -\frac{t}{2c_0} \frac{\partial}{\partial \zeta} f(\zeta). \quad (6)$$

Процесс возбуждения волн (6) бегущими источниками иллюстрирован на рис. 1. Источники для наглядности выбраны локализованными в конечной области переменной ζ . Форма их распределения – равномерная (“прямоугольная”).

При точном резонансе ($\Delta = 0$) происходит неограниченный рост волны с увеличением времени t (штриховые линии). Возбуждаемая волна повторяет форму производной от функции $f(\zeta)$.

Если же имеется расстройка ($\Delta \neq 0$), то картина изменяется. Энергия вносится источниками в область, где производная $f'(\zeta) \neq 0$. Здесь энергия накапливается, а затем “вытекает” в левую ($\Delta < 0$) или в правую ($\Delta > 0$) сторону оси ζ . Это происходит из-за того, что собственная волна бежит по среде с другой (по сравнению с источниками) скоростью. Максимальное значение возмущения при этом оказывается конечным.

Как и в случае колебательного резонанса, ограничить рост волны при $\Delta = 0$ могут диссипативное поглощение и нелинейность. Когда они есть, неоднородное уравнение (3) следует обобщить [1]:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} - \frac{\varepsilon}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial^2 p'^2}{\partial t^2} - \frac{b}{\rho_0} \frac{\partial^3 p'}{\partial x^2 \partial t} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x - ct). \quad (7)$$

Здесь b — диссипативный коэффициент (он выражается через объемную и сдвиговую вязкости и теплопроводность среды [6]), ε — нелинейный параметр [1]. Уравнение (7) удобно упростить, используя метод медленно изменяющегося профиля [1].

Под действием слабой диссипации и слабых внешних источников бегущая волна должна нарастать и искажаться медленно. В отсутствие этих факторов “порождающее” решение волнового уравнения (3) выберем в виде $p'(t, x) = \Phi(x - c_0 t)$. Это выражение (при наличии источников, нелинейности и диссипации) следует обобщить. Наряду с “быстрой” зависимостью формы волны от координаты $\zeta = x - c_0 t$ должна появиться “медленная” зависимость от времени t . Иными словами, “возмущенное” решение следует искать, положив в (7)

$$p'(\zeta, t) = \Phi(\zeta, \mu t). \quad (8)$$

Здесь μ — малый параметр, учитывающий медленную зависимость от времени t . Использование переменной ζ означает, что “сопровождающий” наблюдатель находится в системе координат, движущейся со скоростью звука c_0 , и видит только медленные искажения профиля, в то время как неподвижный наблюдатель основным движением считает перемещение бегущей волны.

Переходя в (7) к новым переменным $\zeta, \mu t$ и интегрируя по ζ , получим уравнение

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c_0 \rho_0} p' \frac{\partial p'}{\partial \zeta} - \frac{b}{2\rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial \zeta^2} = -\frac{1}{2c_0} \frac{\partial}{\partial \zeta} f(\zeta - \Delta t). \quad (9)$$

Члены нулевого порядка малости μ^0 здесь взаимно уничтожились, поскольку порождающее решение было выбрано правильно. Члены порядка μ^2 отброшены. Оставшиеся члены имеют один и тот же — первый порядок малости μ^1 . Они образуют уравнение (9).

Рассмотрим вначале ограничения, накладываемые расстройкой и диссипацией, а нелинейные эффекты учитывать не будем ($\Delta \neq 0, b \neq 0, \varepsilon = 0$). Положим для примера $f(\zeta) = (A/k) \cos k\zeta$. Решая неоднородное уравнение (9), найдем выражение для вынужденной волны:

$$p' = \frac{A}{2kc_0} \left[\Delta^2 + \left(\frac{bk}{2\rho_0} \right)^2 \right]^{-1/2} \sin[k(\zeta - \Delta t) + \varphi],$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\rho_0 \Delta}{bk}. \quad (10)$$

Искомое решение получится, если к (10) прибавить выражение, описывающее свободную бегущую волну:

$$p' = C \exp \left(-\frac{bk^2}{2\rho_0} t \right) \sin(k\zeta + \varphi). \quad (11)$$

Требуя, чтобы сумма (10) и (11) при $t = 0$ обращалась в ноль, найдем константу C . Однако при больших значениях $t \rightarrow \infty$ выражение (11) обращается в ноль и максимальное значение амплитуды находится из формулы (10):

$$|p'_{MAX}|_{t \rightarrow \infty} = \frac{A}{2kc_0} \left[\Delta^2 + \left(\frac{bk}{2\rho_0} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (12)$$

Видим, что резонансная особенность может быть ликвидирована как за счет ненулевой расстройки, так и благодаря диссипации.

По аналогии с колебательным резонансом можно ввести добротность для волнового резонанса, определив ее как отношение амплитуд бегущей волны и внешних источников. Пользуясь формулами (9) и (12), найдем

$$Q = \frac{c_0}{2} \left[\Delta^2 + \left(\frac{bk}{2\rho_0} \right)^2 \right]^{-1/2}.$$

При $\Delta = 0$ получаем $Q = \rho_0 c_0 / bk$. Оценки, например, для волны с частотой в мегагерцевом диапазоне в воде дают величину порядка $10^4 - 10^5$.

Еще одним “сглаживающим” резонансный “пик” фактором может быть нелинейность. Чтобы это показать, найдем стационарное решение уравнения (9) для распределения источников $f(\zeta) = -(A/k) \cos k\zeta$, положив $\partial/\partial t = 0, \Delta = 0, b = 0$. При этом (9) сведется к выражению

$$\frac{\varepsilon}{\rho_0} p'^2 = \frac{A}{k} \cos k\zeta + C. \quad (13)$$

Определяя константу C из условия $p'(k\zeta = \pm\pi) = 0$, получим решение:

$$p' = -\sqrt{\frac{2\rho_0}{\varepsilon k}} A \cos \frac{k\zeta}{2} \operatorname{sgn} \zeta. \quad (14)$$

При $\zeta = 0$ в профиле формируется разрыв со скачком давления конечной величины. Таким образом, нелинейность не только уничтожает резонансную особенность, но и приводит к более медленной зависимости p' от “амплитуды” внешней силы: $\sim \sqrt{A}$ вместо зависимости $\sim A$ в линейных задачах. Заметим, что сам факт существования стационарного решения (14) связан с балансом энергии, вносимой в среду источниками и теряемой на образовавшемся ударном фронте.

Интересно проследить за процессом установления максимального значения при резонансе. Поскольку при $f(\zeta) = -(A/k)\cos k\zeta$ нестационарный процесс рассчитать не просто, изучим его для периодической пилообразной формы распределения источников, положив на одном периоде $-\pi < k\zeta < \pi$:

$$\frac{d}{d\zeta} f(\zeta) = -\frac{k\zeta}{\pi} A, \quad p' = P(t) \frac{k\zeta}{\pi}. \quad (15)$$

Формулы (15) позволяют превратить (9) в обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{dP}{d\zeta} + \frac{\epsilon k}{\pi \rho_0 c_0} P^2 = \frac{A}{2c_0}. \quad (16)$$

Его решение, удовлетворяющее начальному условию $P(t=0) = 0$, таково:

$$P = \sqrt{\frac{\pi \rho_0}{2 \epsilon k}} A \cdot \tanh \left(t \sqrt{\frac{1}{2\pi} \frac{\epsilon k}{\rho_0 c_0^2}} A \right). \quad (17)$$

Как видим, максимальное на периоде значение давления растет с характерным временем $t \sim A^{-1/2}$, приближаясь к наибольшей величине $P \sim A^{1/2}$. Это такая же нелинейная зависимость, как и в формуле (14).

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН ГАРМОНИЧЕСКИМИ ИСТОЧНИКАМИ

Приведем для простоты уравнение (9) к компактной форме. Воспользуемся безразмерными переменными

$$T = \frac{t}{t_{DIS}}, \quad \xi = k\zeta, \quad V = \frac{p'}{p_0}. \quad (18)$$

Здесь $p_0 = bc_0 k / 2\epsilon$ — нормировочное значение “амплитуды” давления, k — пространственная частота, t_{DIS} — характерное время поглощения

волны. Оно дается формулой $t_{DIS} = 2\rho_0 / bk^2$. Уравнение (9) примет вид

$$\frac{\partial V}{\partial T} + V \frac{\partial V}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} = -A \sin(\xi - \delta T). \quad (19)$$

Здесь число A — безразмерная амплитуда волны источников, $\delta = 2\rho_0 \Delta / bk$ — нормированная расстройка.

Профили нелинейных волн в диссипативной среде описываются уравнением (19). Стационарная волна ($\partial V / \partial T \equiv 0$) при резонансе ($\delta = 0$) подчиняется обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{dV}{d\xi} - \frac{1}{2}(V^2 - C^2) = -A \cos \xi. \quad (20)$$

Поскольку среднее по периоду должно равняться нулю ($\overline{V} = 0$), постоянная интегрирования $C^2 = \overline{V^2}$ имеет важный физический смысл: она пропорциональна плотности энергии.

Замена переменной

$$V = -2 \frac{\partial}{\partial \xi} \ln W \quad (21)$$

превращает (20) в линейное уравнение Матье:

$$\frac{d^2 W}{d\xi^2} + \frac{1}{4}(-C^2 - 2A \cos \xi) W = 0. \quad (22)$$

Таким образом, стационарное решение выражается через функцию Матье нулевого порядка:

$$V = -2 \frac{\partial}{\partial \xi} \ln \text{ce}_0 \left(\frac{\xi}{2}, A \right), \quad (23)$$

а энергия пропорциональна собственному значению λ_0 функции ce_0 :

$$C^2 = \overline{V^2} = -\lambda_0(A). \quad (24)$$

При слабом возбуждении ($A \ll 1$) имеем $|\lambda_0| = A^2/2$. Это, очевидно, линейный режим генерации. При сильном возбуждении ($A \gg 1$), используя асимптотику для собственного числа функции Матье, получаем более слабую зависимость: $|\lambda_0| \approx 2A$.

Форма профиля возбужденной волны в условиях волнового резонанса изображена на рис. 2 для различных значений A амплитуды волны источников. Видно, что при конечных

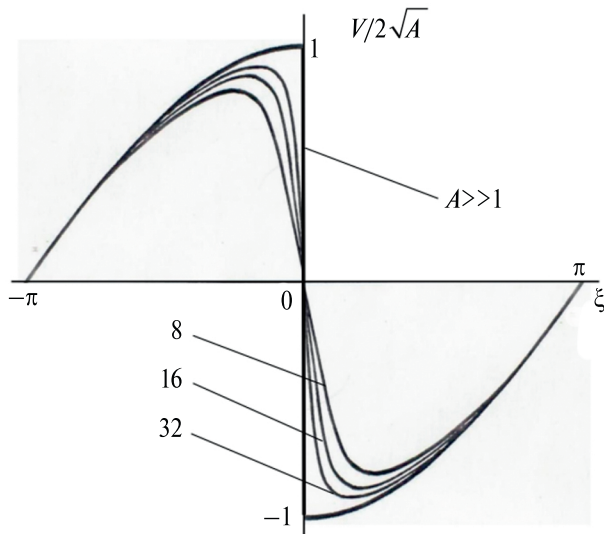


Рис. 2. Период стационарной волны, возбуждаемой в диссипативной среде гармоническими колебаниями резонансного источника с различной амплитудой A .

значениях A фронт имеет ненулевую ширину из-за диссипативного сглаживания. При $A \rightarrow \infty$ фронт превращается в крутую ударную волну, описываемую формулой (14).

РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Для расчета резонансной характеристики нужно рассмотреть процесс возбуждения волны при ненулевой расстройке скоростей. В этом случае соотношение (20), следующее из (19), будет иметь вид

$$\frac{dV}{d\eta} - \frac{1}{2}(V^2 - C^2) + \delta V = -A \cos \eta. \quad (25)$$

Здесь $\eta = \xi - \delta T$. Когда линейная диссипация слабая, производной в уравнении (25) можно пренебречь и получить

$$V = \delta \pm \sqrt{\delta^2 + C^2 + 2A \cos \eta}. \quad (26)$$

Если амплитуда A возбуждающих источников мала, отсюда следует линейное решение $V = -(A/\delta) \cos \eta$.

При росте A профиль волны искажается (см. рис. 3, построенный для положительной расстройки $\delta = 0.1$). Вначале он описывается одной ветвью формулы (26). Кривые 1, 2, 3 на рис. 3 соответствуют растущей амплитуде: $10^3(\pi A) = 5.6, 9.1, 12.3$.

Для кривых на рис. 3 константа C^2 находилась из решения алгебраической задачи на собственные значения:

$$\delta = \frac{2}{\pi} g \cdot E\left(\frac{4A}{g}\right), \quad g = \sqrt{\delta^2 + C^2 + 2A}. \quad (27)$$

Здесь E — полный эллиптический интеграл 2-го рода. Решение удобно искать, записав (27) в параметрической форме:

$$C^2 = 2A \left[\frac{2}{m} - 1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{E^2(m)}{m} \right],$$

$$\delta = \pm \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{2A} \frac{E(m)}{\sqrt{m}}. \quad (28)$$

Здесь m — параметр. Аргумент функции $E(m)$ определен в области $0 \leq m \leq 1$. Из (27) следует, что соответствующая область изменения расстройки дается неравенствами $A < 4\delta^2 \equiv A_*$. При $A = A_*$ происходит бифуркация и стационарная волна становится разрывной. Скачок появляется в каждом периоде профиля, связывая две ветви решения (26). Для разрывной волны

$$C^2 = 2A - \delta^2. \quad (29)$$

При собственном значении (29) решение (26) принимает вид

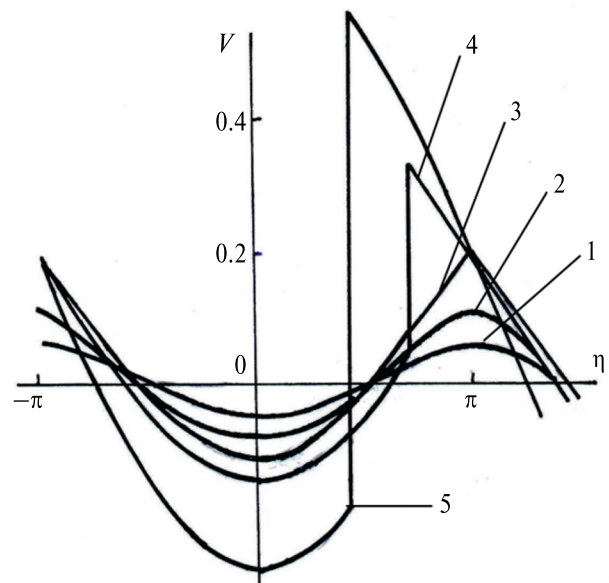


Рис. 3. Период волны, возбуждаемой гармоническими колебаниями источника с различной амплитудой A при наличии расстройки скоростей $\delta = 0.1$.

$$V = \delta \pm \sqrt{4A} \left| \cos \frac{\eta}{2} \right|. \quad (30)$$

Положение фронта находится из условия $\bar{V} = 0$ и определяется уравнением

$$\sin \frac{\eta_{SH}}{2} = \frac{\pi}{4} \frac{\delta}{\sqrt{A}}. \quad (31)$$

Из (31) следует, что условие $|\sin(\eta_{SH}/2)| \leq 1$ эквивалентно условию $A \geq A_*$.

Решение (30), (31) изображено на рис. 3, кривые 4, 5. С ростом числа A в области $A \geq A_*$ разрыв, появившийся в точке профиля $\eta = \pi$ (для $\delta > 0$), стремится к положению $\eta = 0$, достигаемому при $A \rightarrow \infty$. Сплошные кривые 4, 5 построены для значений $10^2(\pi A) = 1.5, 3$. Для отрицательной расстройки разрыв появится при $A = A_*$ в точке $\eta = -\pi$ и будет смещаться с ростом числа A в положение $\eta = 0$.

На рис. 4 изображена нелинейная резонансная характеристика для гармонического возбуждения. Она дает зависимость среднеквадратичной скорости $C = \sqrt{V^2}$ от расстройки. Кривая построена для значения $10^2(\pi A) = 25$. Прямые линии

$$\sqrt{V^2} = \pm \delta \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} \quad (32)$$

являются сепаратрисами. Ниже этих линий кривая построена с помощью решения для профилей, не содержащих разрывов. В точности на прямых (32) $A = A_*$. Выше этих линий

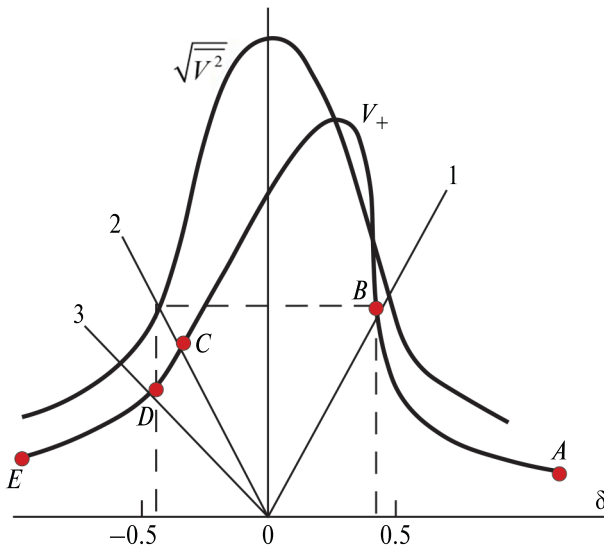


Рис. 4. Резонансные характеристики.

для нелинейного частотного отклика системы использовано другое решение (30), (31).

Добротность может быть оценена как отношение амплитуды колебаний поля волны к амплитуде колебаний источников (при $\delta = 0$):

$$Q_{NL} = \frac{c_0}{A} \sqrt{V^2} \Big|_{\delta=0} = \frac{1}{\sqrt{2A}}. \quad (33)$$

В нелинейной задаче возможны иные определения для резонансной характеристики, например, как зависимость $V_+(\delta)$, где V_+ есть положительное пиковое значение амплитуды колебаний в волне. Зависимость показана на рис. 4 для $(\pi A) = 0.25$. Аналитическое описание участков AB , BC , CD , DE дается соответственно формулами

$$\begin{aligned} \delta - \sqrt{\delta^2 + C^2 - 2A}, \quad \delta + \sqrt{2A - \frac{\pi^2}{8}\delta^2}, \\ -|\delta| + \sqrt{2}\sqrt{2A}, \quad -|\delta| + \sqrt{\delta^2 + C^2 + 2A}. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь собственное значение C^2 определяется уравнением (28). Линия 3, разделяющая участки CD и DE , дается формулой

$$V_+ = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \delta. \quad (35)$$

Заметим, что пиковое положительное значение V_+ достигается в вершине ударного фронта только для участка BC . Для других трех участков характеристики значение V_+ лежит на гладком профиле волны. В отличие от кривой $\sqrt{V^2}$ на рис. 4, максимальное значение V_+ соответствует не $\delta = 0$, а некоторой положительной расстройке:

$$\begin{aligned} (V_+)_{\max} &= \sqrt{2} \left(1 + \frac{4}{\pi^2} \right) \sqrt{2A}, \\ \delta_{\max} &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi\sqrt{1 + \pi^2/4}} \sqrt{2A}. \end{aligned} \quad (36)$$

Это явление (сдвиг максимума) имеет место, например, при полете в атмосфере на транзвуковых скоростях $c \approx c_0$. Здесь максимальное давление в волне звукового удара и сопротивление движению наблюдаются не в условиях

линейного волнового резонанса $c = c_0$, а при некоторой сверхзвуковой скорости полета $c > c_0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренное явление широко распространено в природе и технике, хотя сам термин “волновой резонанс” вряд ли можно считать устоявшимся. Такой резонанс удобно наблюдать в лабораторных условиях, используя движущийся оптоакустический источник в виде лазерного луча, сканируемого вдоль поверхности поглощающей свет среды [8, 9]. Это явление тесно связано с переходным излучением [10], которое реализуется, в частности, в неоднородной среде. В последние годы возродился интерес к волновому резонансу в связи с проблемой создания сверхзвуковых пассажирских самолетов [7, 11]. Интересные особенности явления возникают при генерации волн движущимися источниками в диспергирующих средах [6, 12]. Источники, приводящие к резонансному возбуждению, могут иметь нелинейную природу (см. [6, гл. 8, разд. 4]). В этих случаях принято говорить не о “резонансном”, а о “синхронном” возбуждении волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О.В. Нелинейная акустика. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2024.
2. Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Хедберг К.М. Нелинейная акустика в задачах и примерах. М.: Физматлит, 2006.
3. Васильева О.А., Карабутов А.А., Лапшин Е.А., Руденко О.В. Взаимодействие одномерных волн в средах без дисперсии. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983.
4. Руденко О.В., Хедберг К.М. Волновой резонанс в диссипативной среде с модульной, квадратичной или квадратично-кубичной нелинейностью // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 3–13.
5. Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. М.: Физматлит, 2008.
6. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. 2-е изд. М.: Наука, 1990; 3-е изд. М.: Ленанд, 2015.
7. Руденко О.В., Маков Ю.Н. Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии. (Обзор) // Акуст. журн., 2021. Т. 67. № 1. С. 3–30.
8. Лямшев Л.М. Радиационная акустика. М.: Наука, 1996.
9. Лямшев М.Л. Лазерная термооптическая генерация в жидкости со свободной поверхностью. Автореферат диссертации. М.: ИОФ АН СССР, 1985.
10. Божков А.И., Бункин Ф.В., Коломенский Ал.А., Лямшев М.Л., Маляровский А.И., Михалевич В.Г., Родин А.М. Переходное излучение звука термооптическим источником, реализуемым сканирующим лазерным лучом // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 461–469.
11. Чернышев С.Л. Звуковой удар. М.: Наука, 2011.
12. Whitham G.B. Linear and Nonlinear Waves. N.Y.: Wiley, 1974.

RESONANT EXCITATION OF TRAVELING WAVES IN A NONLINEAR DISSIPATIVE MEDIUM

Academician of the RAS O. V. Rudenko^{a,b,c}

^aLomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

^bProkhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^cInstitute of the Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The processes of a forced wave generation by a field of sources traveling at a speed close to the speed of propagation of eigenmode disturbances in the medium are described. An analogy is drawn with common resonance in a concentrated oscillatory system. The factors limiting the increase in amplitude are discussed: dissipation, velocity detuning, and nonlinearity. The profiles of forced waves under harmonic excitation are constructed. Nonlinear resonant characteristics are calculated. Expressions for quality factor are given.

Keywords: wave resonance, shock front, wave profile, stationary wave, resonant characteristic