

УДК 534.34; 534.231.1

ВЛИЯНИЕ НАПРАВЛЕННОСТИ ИСТОЧНИКОВ НА ФАЗОВЫЕ ИНВАРИАНТЫ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2023 г. Г. Н. Кузнецов^{1,*}, А. Н. Степанов^{1,2}

Представлено академиком РАН И.А. Шербаковым 17.01.2023 г.

Поступило 06.02.2023 г.

После доработки 06.04.2023 г.

Принято к публикации 24.04.2023 г.

Впервые исследуются свойства фазового инварианта звукового поля применительно к векторно-скалярным полям, образованным в волноводе направленными — мультипольными источниками. Показано, что при использовании даже таких сложных источников фазовый инвариант справедлив для звукового давления и для проекций вектора колебательной скорости. Он практически не зависит от направленности и частоты источника, расстояния и от параметров волновода.

Ключевые слова: фазовый инвариант, векторно-скалярные поля, мультипольный источник, устойчивость инварианта при вариации параметров источника и волновода

DOI: 10.31857/S2686740023050073, EDN: OVJEMS

Исследование инвариантных характеристик гидроакустических полей в мелком море является важной практической и интересной физической задачей. В [1] для поля интенсивности в координатах “частота—расстояние” введено и изучается понятие интерференционного инварианта. В [2] в тех же координатах, но для поля фазы звукового давления обнаружены инвариантные характеристики, что позволило ввести понятие “фазовый инвариант” и построить “линии равных фаз”. Соответственно, рассмотрены характеристики интерференционного (энергетического) и фазового инварианта (ФИ). Но, как следует из литературы, характеристики этих инвариантов изучены преимущественно для скалярных полей, причем они возбуждались монопольными источниками. Ниже рассматриваются свойства ФИ при формировании в волноводе как скалярных, так и векторных полей, возбуждаемых мультипольными источниками.

Известно [3], что в мелком море для монохроматических ненаправленных (монопольных) излучателей в случае достаточно больших расстоя-

ний, когда функции Ханкеля можно заменить их асимптотическими представлениями, выражение для звукового давления P может быть представлено в виде модового разложения:

$$P(\omega, r, t, z_0, z) = |P(\omega, r, t, z_0, z)| e^{i\varphi(\omega, r, t, z_0, z)} = \sum_{l=1}^N p_l(\omega, r, t, z_0, z) \exp[i\varphi_l(\omega, r, t, z_0, z)], \quad (1)$$

где $|P(\omega, r, t, z_0, z)|$ и $\varphi(\omega, r, t, z_0, z)$ — амплитуда и фаза давления источника, зависящие от круговой частоты ω , горизонтального расстояния r , времени t , а также глубин источника z_0 и приемника z , N — количество мод, p_l — коэффициенты возбуждения и φ_l — фаза l -й моды. Будем считать аргументами рассматриваемых функций частоту ω и расстояние r , а время t и глубины z_0 и z — параметрами, и в дальнейшем опускать эти параметры.

Рассмотрим частотную область, в пределах которой изменение количества нормальных волн N не велико и/или влиянием изменения их количества в структуру поля можно пренебречь. Численное моделирование показало, что величины p_l разложения (1) слабо зависят от частоты и расстояния, поэтому производными от p_l по рассматриваемым аргументам можно пренебречь по сравнению с остальными слагаемыми. Это позволило получить [2] дифференциальное уравнение, описывающее линии равных фаз на плоскости частота—расстояние (ω, r) :

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия

²Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия

*E-mail: skbmortex@mail.ru

$$\frac{dr}{d\omega} = - \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \frac{\partial \varphi_l}{\partial \omega} \cos(\varphi_l - \varphi_m) \times \left[\sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \frac{\partial \varphi_l}{\partial r} \cos(\varphi_l - \varphi_m) \right]^{-1} \quad (2)$$

Фазовые функции φ_l нормальных волн давления для произвольного волновода в рассматриваемом приближении имеют вид

$$\varphi_l(\omega, r) = k_l r - \omega t = \omega r / c_l - \omega t,$$

где k_l – волновое число и $c_l = \omega / k_l$ – фазовая скорость l -й нормальной волны. В [2] показано, что фазовую функцию в уравнении (2) можно рассматривать и для $t = 0$, поскольку зависимость $\varphi_l(\omega, r)$ от параметра t фактически представляет собой происходящий во времени плоскопараллельный перенос линий равных фаз и, следовательно, всей структуры фазового поля вдоль оси расстояний. Тогда в (2) $\varphi_l(\omega, r) = \omega r / c_l$, и, дифференцируя эту функцию по соответствующим аргументам и вычислив зависимости $\partial c_l / \partial \omega$, получаем:

$$\frac{dr}{d\omega} = - \left[r \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \left(\frac{1}{c_l} - \frac{\omega}{c_l^2} \frac{\partial c_l}{\partial \omega} \right) \cos(\varphi_l - \varphi_m) \right] \times \left[\omega \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \frac{\cos(\varphi_l - \varphi_m)}{c_l} \right]^{-1} = \beta_\varphi \frac{r}{\omega}, \quad (3)$$

где

$$\beta_\varphi = -1 + \left[\sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \left(1 - \frac{k^2}{k_l^2} \right) \frac{\cos(\varphi_l - \varphi_m)}{c_l} \right] \times \left[\sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \frac{\cos(\varphi_l - \varphi_m)}{c_l} \right]^{-1}.$$

Здесь учтено, что фазовая c_l и групповая u_l скорости нормальных волн связаны соотношением $c_l u_l = c_0^2$ [3]. По соотношению (3) видно, что β_φ представляет собой параметр дифференциального уравнения, которое на фазовой плоскости (ω, r) определяет касательные к фактическим линиям равных фаз.

Результаты дополнительных вычислений для мелкого моря показали, что параметр β_φ , как и инвариант Чупрова β [1], слабо зависит от частоты, свойств волновода, расстояния и глубин монополюсного источника и приемника ЗД, но его значения варьируются вблизи “–1”, а не “+1”,

как у инварианта β . Рассмотрим далее аналогичный параметр не только для скалярных, но и для векторных полей, формирующихся в волноводе при излучении мультипольными источниками различного типа и на разных частотах. В [4] показано, что звуковое давление (ЗД), горизонтальная и вертикальная проекции вектора колебательной скорости (КС) точечного мультиполя в волноводе Пекериса V_r и V_z могут быть представлены в виде сумм, аналогичных (1):

$$P = \sum_{l=1}^L p_l \exp(ik_l r),$$

$$p_l = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n A_{nml} \exp(im\varphi + i\pi m/2),$$

$$V_r = \sum_{l=1}^L V_{r;l} \exp(ik_l r),$$

$$V_{r;l} = k_l (m/kr - i) \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n A_{nml} \exp(im\varphi + i\pi m/2),$$

$$V_z = \sum_{l=1}^L V_{z;l} \exp(ik_l r),$$

$$V_{z;l} = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n A'_{nml} \exp(im\varphi + i\pi m/2), \quad (4)$$

где $x_l = h\sqrt{k^2 - k_l^2}$ – корни дисперсионного уравнения волновода Пекериса, $\tilde{m} = \rho/\rho_0$ – отношение плотностей воды ρ_0 и подстилающего полупространства ρ , $v^2 = 1 - \tilde{n}^2$, $\tilde{n} = n_0(1 + i\tilde{\beta})$, $n_0 = c_0/c$ – отношение скоростей звука в волноводе c_0 и в грунте c , $\tilde{\beta}$ – коэффициент поглощения границы; h – глубина волновода, коэффициенты $A_{nml} = (2\pi/kh)\sin\alpha_{l0}\sin\alpha_l P_n^{l|ml}(x_l/kh)$, $A'_{nml} = ix_l \text{ctg}\alpha_{l0} A_{nml}/h$, $\alpha_{l0} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + x_l z_0/h$, $\chi_{nm} = (-1)^{n+|ml}$, $\alpha_l = x_l z/h$, $P_n^{l|ml}$ – присоединенные полиномы Лежандра. После некоторых преобразований величины p_l , $V_{r;l}$ и $V_{z;l}$ могут быть подставлены в (3). При этом для любых мультиполей при подстановке коэффициентов p_l из (4) получим фазовый инвариант для поля давления соответствующего мультиполя, при подстановке вместо p_l величин $V_{r;l}$ и $V_{z;l}$ – фазовый инвариант для соответствующих компонент КС.

Для иллюстрации применимости полученных соотношений выполнен вычислительный эксперимент, в котором анализировались векторно-

Таблица 1. Значения мультипольных моментов

Монополь	z-диполь	y-диполь	xу-квадруполь	zz-квадруполь	yz-квадруполь
1.055	0.242	2.271	1.13	1.233	0.174

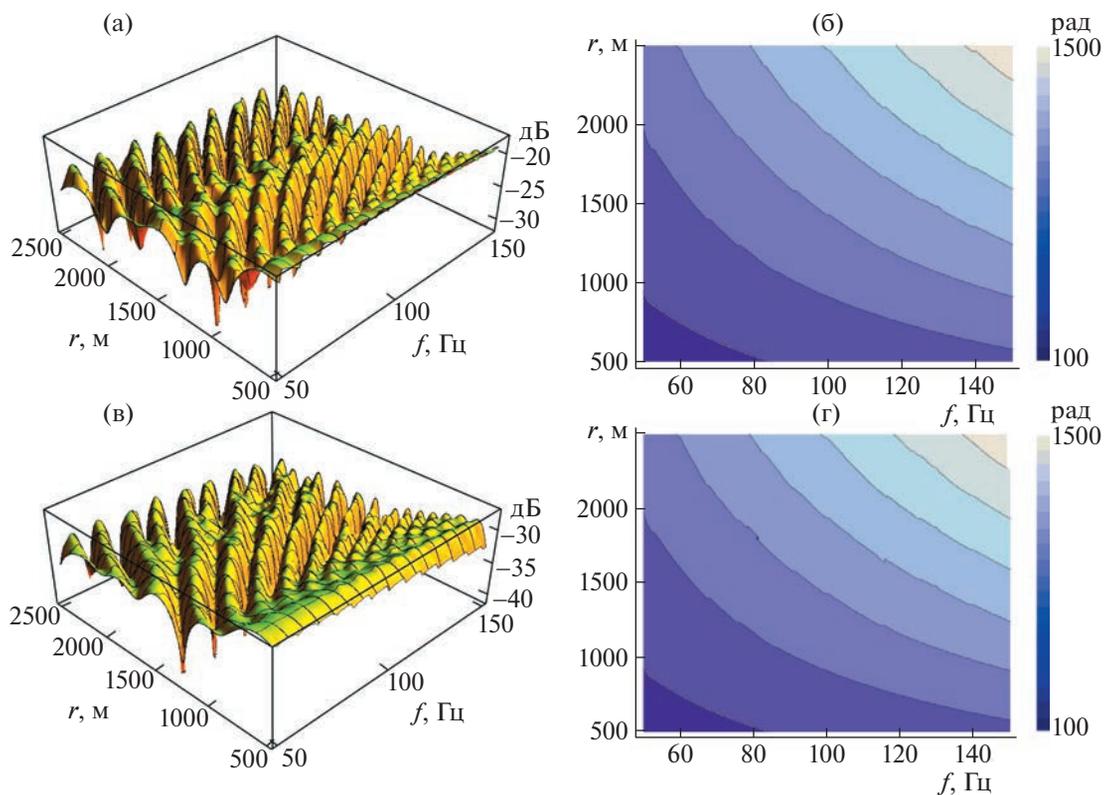


Рис. 1. Монопольный излучатель, глубина излучения 7 м.

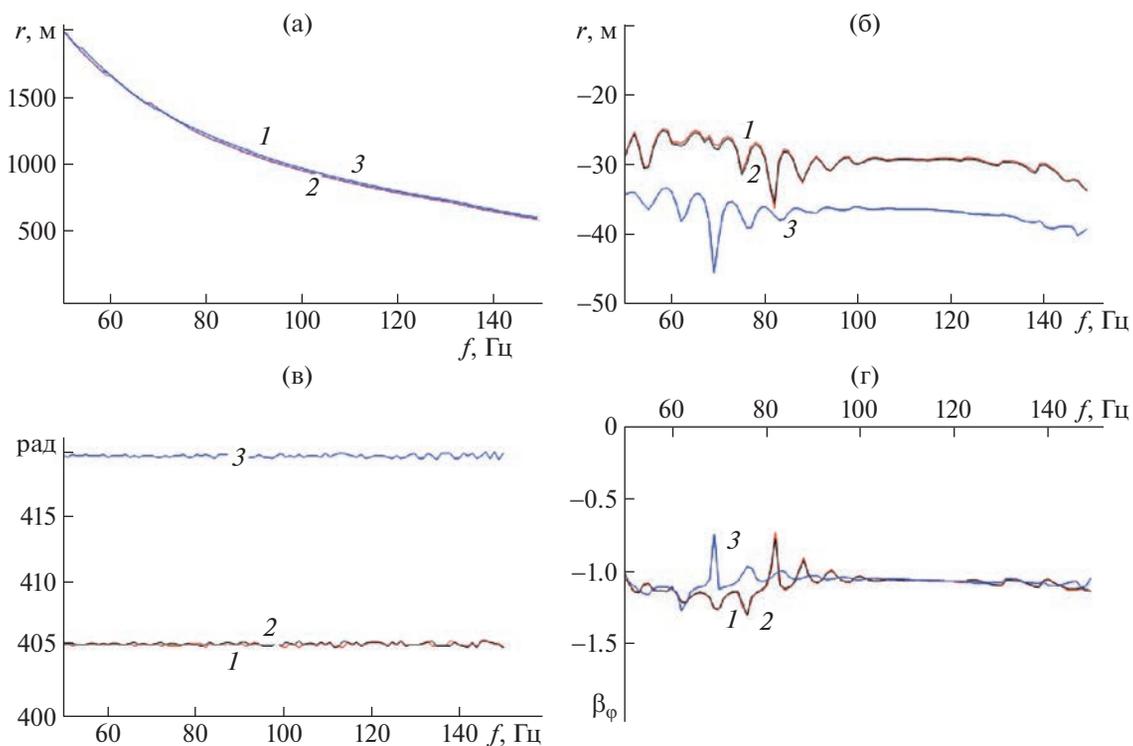


Рис. 2. Вертикальный диполь, глубина расположения 7 м.

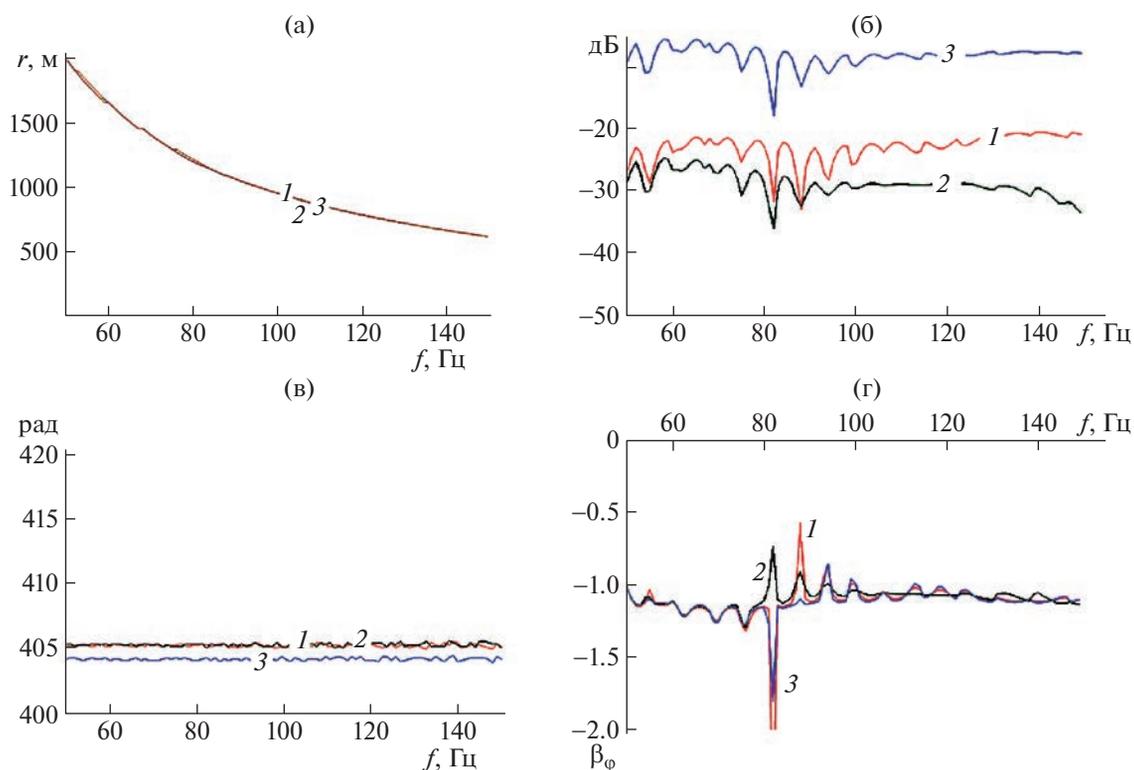


Рис. 3. Монополь, вертикальный диполь и мультипольный источник, глубина 7 м.

скалярные поля мультипольных излучателей в волноводе Пекериса с характеристиками: скорость звука в воде $c_0 = 1500$ м/с, толщина волновода $h = 200$ м, отношение плотностей воды и грунта 1.7, отношение скоростей звука в воде и в грунте 0.88, коэффициент поглощения границы 0.01. Точечные мультиполи разного типа находились на глубинах $z_0 = 7$ или 100 м, приемники – на глубине $z = 199$ м. Поле анализировалось в пространственно-частной области на расстояниях от 500 до 2500 м с шагом в 1 м и в диапазоне частот от 50 до 150 Гц с шагом 1 Гц.

На рис. 1 приведены амплитудная (слева) и фазовая поверхности (справа) для давления (сверху) и вертикальной компоненты колебательной скорости (внизу) монопольного излучателя. Из сравнения кривых видно, что амплитудные поверхности, по которым строится инвариант β , отличаются друг от друга, а фазовые – практически идентичны.

На рис. 2 показаны линии равных фаз (рис. 2а), амплитуды (рис. 2б), фазы (рис. 2в) и фазовые инварианты (рис. 2г) полей ЗД (кривые 1), горизонтальной (кривые 2) и вертикальной (кривые 3) проекций КС для вертикального диполя при глубине излучения 7 м.

На рис. 3 сравниваются аналогичные характеристики, но для разных источников – монополя (1), вертикального диполя (2) и комбинирован-

ного источника (3), для которого мультипольные моменты выбраны так, чтобы значения мощностей отдельных составляющих были примерно равными при глубинах источника 7 м и частоте 50 Гц (табл. 1).

Анализ кривых на рис. 1–3 показывает, что фазовые структуры полей КС близки к фазовой структуре поля ЗД мультиполя этого же типа. Однако собственно величина фазы вертикальной проекции КС отличается от фазы ЗД, при практически полном совпадении фаз горизонтальной проекции и ЗД. Объясняется это различием модового состава сигналов ЗД и вертикальной проекции КС. Но с увеличением глубины источника отличия в значениях фазы поля вертикальной проекции КС от фазы ЗД уменьшаются. Причина – в уменьшении роли мод высоких номеров при их пространственной фильтрации.

На рис. 4 сравниваются одноименные характеристики ЗД монополя (1) и вертикального диполя (2), а также вертикальных компонент КС монополя (3) и вертикального диполя (кривые 4), которые расположены на глубине 100 м. Линии равных фаз ЗД монополя и вертикального диполя изображены на рис. 4а, а вертикальных компонент КС этих источников – на рис. 4б. Амплитуды ЗД рассматриваемых источников на линиях равных фаз ЗД представлены на рис. 4в, а амплитуды вертикальных компонент КС на линиях рав-

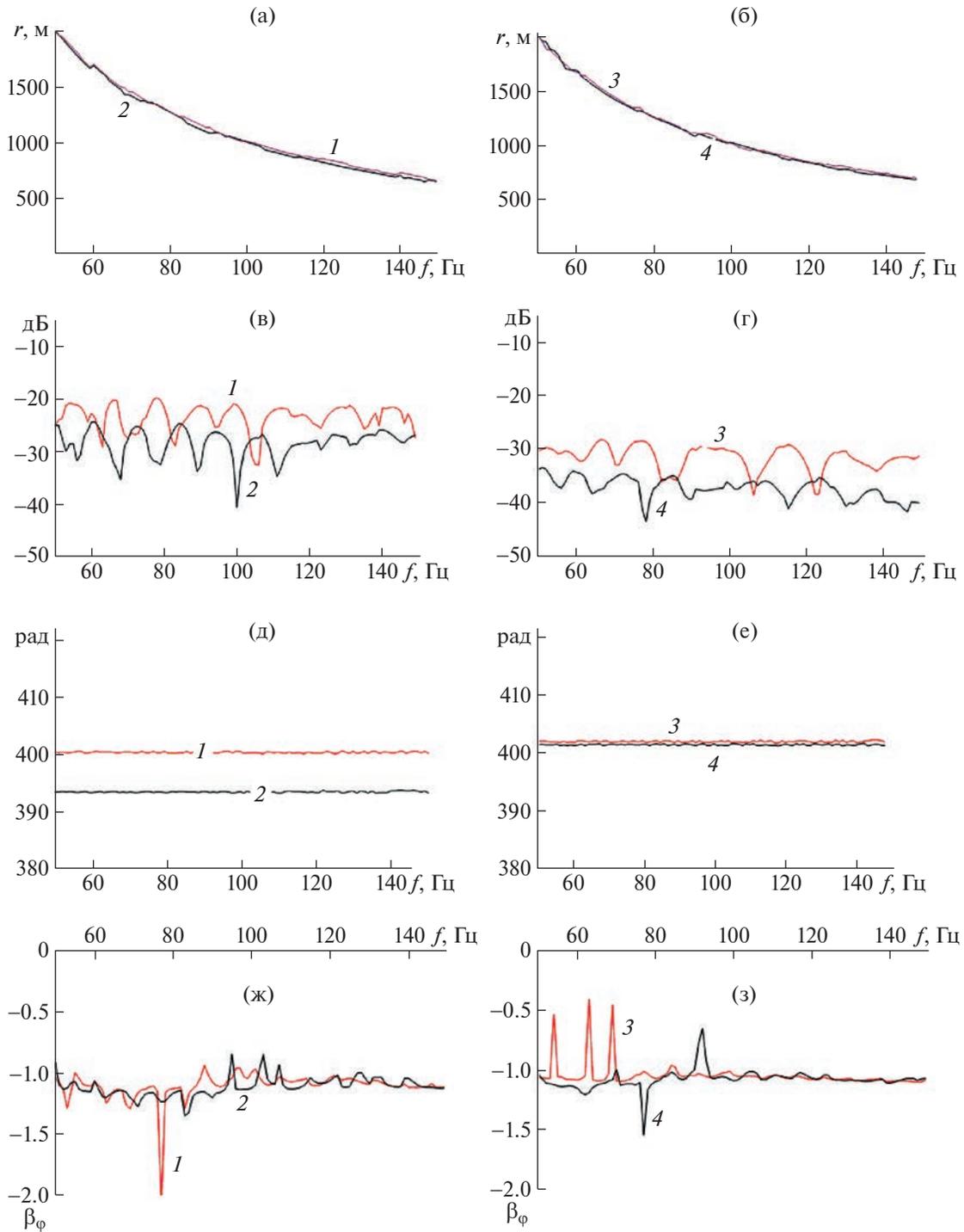


Рис. 4. Монополь и вертикальный диполь, глубина источника 100 м.

ных фаз – на рис. 4г. Фазы полей ЗД монополя и вертикального диполя на линиях равных фаз показаны на рис. 4д, а фазы вертикальных КС – на рис. 4е. И, наконец, фазовые инварианты на линиях равных фаз ЗД обсуждаемых источников приведены на рис. 4ж, а фазовые инварианты на линиях равных фаз вертикальных проекций КС – на рис. 4з.

На рис. 5 сравниваются поля ЗД и вертикальных компонент КС вертикальных диполей, находящихся на разных глубинах. Кривые для ЗД от источника на глубине 7 м обозначены номером 5, а на глубине 100 м – номером 6. Линии для вертикальной компоненты КС при глубине источника 7 м обозначены номером 7, а при глубине 100 м – номером 8. Линии равных фаз – рис. 5а и 5б, ам-

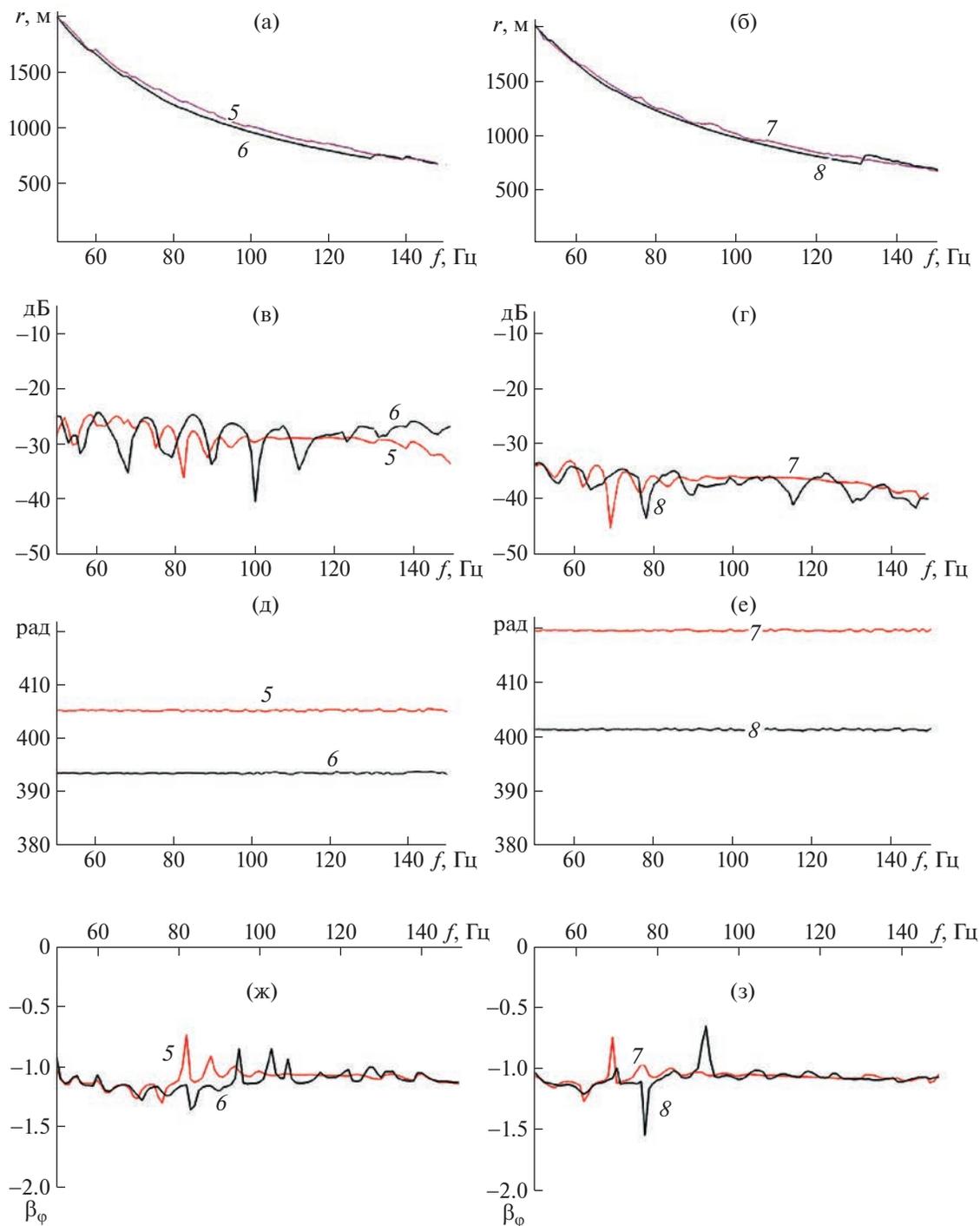


Рис. 5. Характеристики сигналов от вертикального диполя при глубинах 7 и 100 м.

плитуды полей — рис. 5в и 5г, фазы — рис. 5д и 5е, а фазовые инварианты на линиях равных фаз показаны на рис. 5ж и 5з.

Анализ кривых на рис. 4 и 5 показывает, что фазовые структуры и инварианты полей ЗД и проекций КС для различных мультиполей совпадают друг с другом как при малых (7 м), так и средних глубинах (100 м) излучателя. Заметим, однако, что фазовые структуры полей ЗД и проек-

ций КС для различных мультиполей имеют более сильную зависимость от глубин приема и излучения, чем от типа мультиполя или от характеристик принятого сигнала. При этом фазы вертикальных проекций КС на разных глубинах отличаются друг от друга сильнее, чем фазы полей ЗД или горизонтальных проекций КС.

В целом установлено, что для всех рассмотренных случаев — как для скалярных, так и для век-

торных компонент поля, линии равных фаз практически совпадают, и фазовые инварианты на линиях равных фаз очень близки к постоянному значению “–1” – независимо от направленности излучателей, расстояния и частоты звука и направленности приемного элемента. Это, собственно говоря, и определяет их инвариантность. Соотношения (3) и (4) обеспечивают возможность с использованием известных [3] значений коэффициентов возбуждения p_i и фазовых скоростей c_i нормальных волн рассчитать для любых источников и волноводов фазовый инвариант и построить линии равных фаз.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке программы “Акустика мелкого моря, нелинейная аку-

стическая диагностика, нелинейная динамика волн” (номер гос. регистрации АААА-А18-118021390174-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чупров С.Д. Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане // Акустика океана. Современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
2. Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Interference and Phase Invariants of Sound Fields // Physics of Wave Phenomena. 2021. V. 29. № 3. P. 285–292.
3. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 279 с.
4. Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Векторно-скалярные поля мультипольных гидроакустических источников, эквивалентных шумоизлучению морских объектов. М.: Буки-Веди, 2022. 304 с.

INFLUENCE OF THE DIRECTION OF SOURCES ON THE PHASE INVARIANTS OF VECTOR-SCALAR FIELDS IN A SHALLOW SEA

G. N. Kuznetsov^a and A. N. Stepanov^{a,b}

^aProkhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^bSamara National Research University, Samara, Russia

Presented by Academician of the RAS I.A. Shcherbakov

For the first time, the properties of the phase invariant of sound to vector-scalar fields formed in a waveguide by directional multipole sources are studied. It is shown that when even such complex sources are used, the phase invariant is valid for sound pressure and for projections of the vibrational velocity vector. It practically does not depend on the directivity and frequency of the source, the distance between the receiver and the source, and on the parameters of the waveguide.

Keywords: phase invariant, vector-scalar fields, multipole source, stability of the invariant under variation of source and waveguide parameters